

國中小學生的數學詞彙知識與數學成就 之相互影響

吳昭容* 張凌嘉** 鄭光閔***

摘要

研究目的

探討數學詞彙知識與數學成就兩者的相互影響，並比較在國小與國中階段的現象異同，以提供數學能力間因果關係的理論觀點與知識網絡發展的啟示，同時提示數學教學的著力點。

研究設計／方法／取徑

本研究對200位國小高年級學生和231位國中生，間隔兩學年後重複測量數學詞彙知識與數學成就。在考量智力的情況下，運用預測路徑分析與延宕交互模式來探討兩變項之相互影響。

研究發現或結論

預測路徑分析與延宕交互模式的適配度佳，各模式對後期數學詞彙知識或數學成就之解釋力大約50%。研究發現，一、國小生與國中生前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測類似，延宕預測的整體效果與其中的間接效果都顯著，但直接效果都不顯著；二、國小生與國中生前期數學成就對後期數學詞彙知識的延宕預測整體效果及其中的間接效果都顯著，但直接效果僅在國中生顯著；三、同時納入兩變項前期資料對後期另一變項之預測，國中小生的結果不同。國小生僅前期數學成就顯著預測後期數學詞彙知識，國中生的兩個前期變項都能交互地顯著預測另一個後期變項；四、綜合資料顯示，數學詞彙知識對數學成就的預測較

弱，在國中小生都僅有間接效果而無直接效果，只在國中生的延宕交互模式下存在數學詞彙知識對數學成就的延宕影響；數學成就對數學詞彙知識的預測則較強，不但在國小生的延宕交互模式下存在影響，且國中生在兩種模式中都有顯著影響。

研究原創性／價值

國際上探討數學詞彙知識與其它數學能力之關係的研究方興未艾，多數為橫斷性研究，也未必有控制智力。本文蒐集橫跨兩學年的資料，考量智力因素，同時包含國小高年級與國中生的模式，是少見的能從知識網絡之長期發展來解釋國中小生在數學詞彙知識與數學成就相互影響的研究。

教育政策建議與應用

數學詞彙知識對長達兩學年之後的數學成就存在間接效果，且此預測在國中階段比國小高年級階段更強，建議應發展數學詞彙知識的教學方案，以及對低數學成就學生在掌握新數學詞彙時提供額外之舉例、說明、釐清的教學策略。

關鍵詞：延宕交互影響、預測路徑、數學成就、數學詞彙知識



DOI : 10.6869/THJER.202312_40(2).0002

投稿日期：2023年8月14日，2024年1月29日修改完畢，2024年2月5日通過採用

* 吳昭容，國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系教授

** 張凌嘉，國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系博士後研究員

*** 鄭光閔（通訊作者），國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系博士生，E-mail: Kuangmin2006@gmail.com

壹、緒論

早在三十多年前，美國數學教師協會（National Council of Teachers of Mathematics, 1989: 26）就指出

數學可以被視為一種語言，如果學生要進行數學交流並有效地應用數學，就必須使這種語言有意義。

「數學是一種語言」的觀點在數學教育領域有諸多的討論，不論認為這句話真如字面所言（Usiskin, 1996）或者僅是一種譬喻（Pimm, 2019），許多學者都試圖從詞彙、文法、表徵、溝通等語言面向來分析數學，指出數學具有緻密（compact）、精準（precise）和富含術語（technical vocabulary）的特性（Österholm & Bergqvist, 2013）。近年來，有越來越多從語言的觀點分析數學能力的主張（Kwok et al., 2022; Österholm, 2006; Tang et al., 2022），以及從語言教學與學習策略借鏡的數學教學與學習的研究（Adams, 2003; Carter & Dean, 2006; Groth et al., 2020; Rezat et al., 2022）。

詞彙在語言學習中扮演著核心角色，詞彙知識（vocabulary knowledge）是閱讀理解的穩定且最佳的預測因子（Cain & Oakhill, 2011; Suggate et al., 2018），而且前後期資料分析也確認前期的詞彙知識是後期閱讀理解的影響因素（Quinn et al., 2015; Zhang, 2020）。數學若是一種語言，數學詞彙知識與數學成就間的關係，應可類比於詞彙知識與閱讀理解的相互關係（reciprocal relationship）來探討（Stanovich, 1986: 379），也就是不只探究數學詞彙知識是否影響數學成就，而是研究數學成就是否也反過來影響數學詞彙知識，兩者是否存在交互影響的因果關係。釐清數學詞彙知識與數學成就間的因果關係，有助於確認數學教育的著力點。

目前已有支持數學詞彙知識對整體性數學成就之預測的研究（陳映涵等人，2022；Lin et al., 2021），只是研究較少；相反地，尚未見探討數學成就對數學詞彙知識之預測的研究。有些文獻顯示排除其他相關因素後，數學詞彙知識與數學文字題解題表現存在顯著的相關（Peng

& Lin, 2019) , 也有資料顯示算術概念透過數學詞彙知識關連到文字題解題表現 (Chan & Kwan, 2021) , 然而, 數學詞彙知識在數學文字題表現的貢獻容易被解讀為解題階段的功能: 解題時透過理解題目中的詞彙以建構數學基模, 完成列式解題 (Chan & Kwan, 2021) 。透過數學詞彙知識在整體性數學成就上的貢獻, 本文意圖強調數學詞彙在長期數學學習歷程中的重要性: 學生在數學課室聽講以及閱讀教科書的說明與範例, 在在都需要數學詞彙知識, 因此數學詞彙知識不僅影響文字題解題, 也影響概念理解與程序執行的學習, 而此一數學詞彙知識的馬太效應 (Matthew effect) ——富者愈富、貧者愈貧 (Duff et al., 2015; Stanovich, 1986) ——更容易顯現在日積月累的長期效果上。同樣基於馬太效應, 我們也預期數學詞彙知識的習得受到整體數學學習成就的影響, 擁有更好的運算技能、解題能力的學生, 越能習得精準的數學詞彙知識。因此本文也主張具備越好的數學成就者就越能有效地發展數學詞彙知識。

數學詞彙知識的相關研究大多為橫斷性 (cross-sectional) 研究, 不論對象是一個年級 (Chan & Kwan, 2021; Forsyth & Powell, 2017; Powell & Nelson, 2017) , 或者多個年級 (吳昭容等人, 2018; Hughes et al., 2020; Powell et al., 2017) , 因果推論的證據強度較弱。透過重複測量使得預測變項在時間上先於效標變項, 而且控制潛在的混雜因素 (例如智力) , 可使預測變項對效標變項的預測性為因果關係提供更有力的證據 (Finkel, 1995; Lin & Powell, 2022) 。此外, 不同年級的結果可以提供發展議題的啟示: 隨年級漸長, 數學詞彙知識與數學成就的關係是越來越緊密還是越來越薄弱? 因此, 本研究在控制智力的情況下, 以重複測量的數學詞彙知識與數學成就探討兩者的相互影響, 並比較國小和國中兩個學習階段的結果。

貳、文獻探討

一、數學詞彙知識

「數學詞彙知識」牽涉到詞彙的定義、數學詞彙之範疇，以及詞彙知識的認知成分；前二者決定評量標的的選擇，後者則影響評量作業的設計。數學詞彙不一定僅為一個詞（Powell et al., 2021），例如「minus sign」、「平行四邊形」、「質因數分解」，同時也不僅是數學的術語（technical vocabulary），還應包含其它在數學脈絡中具特色的詞彙（Monroe & Panchyshyn, 1995; Powell et al., 2017），例如「less than」、「依序」。詞彙知識除了掌握詞彙的意義之外，通常還包括型態的掌握與運用的知識（Nation, 2001）。

Monroe與Panchyshyn（1995）把數學詞彙分成術語（technical）、準術語（subtechnical）、一般（general），和符號（symbolic）四類。術語是指很少出現在日常用語中，只在數學中出現的詞彙，且在數學中只有一種意義，有時會用其他的術語來定義，比如「平行四邊形」或「質因數」。準術語是指一個詞彙在不同學術領域或日常生活有不同意義，比如「頂點」或「分數」。一般詞彙是指在日常生活中會出現的詞彙，且在數學與日常生活中的語意相同，但因在數學領域出現的頻率高於其它領域，使得學生在較低年級的數學脈絡就接觸到不熟悉的詞彙，例如低年級的數學就會出現「分類」、「鉛直」。符號是指非文字的符號表徵，其中常見的有數字符號、運算符號、單位的縮寫等，比如乘號「 \times 」或全等「 \cong 」。後續Powell與其研究夥伴（Powell et al., 2017; Powell & Nelson, 2017; Ünal et al., 2021）即沿用Monroe與Panchyshyn四類數學詞彙的分類方式。

數學詞彙也可依學習內容進行分類。最常見的分類是將數學詞彙分成數與量、幾何、代數、及統計與機率等四類（吳昭容等人，2018；Ünal et al., 2021），Powell與Nelson（2017）則依據CCSS（Common Core State Standards）把數學詞彙分成運算與代數、數與運算、幾何（Geometry），以及測量與資料。Peng與Lin（2019）則依中國的數學課程標準分為測量、幾何，及數值運算等三類的數學詞彙。

詞彙知識涉及的內涵與作業要求有關，如果只要求能讀出語音，則僅需能將詞彙的視覺形體連結到語音；若要求能判斷詞彙的意思，則需將詞彙的視覺形體連結到語意。Nation（2001）從語言產出和接收兩種角度分出三類詞彙知識的類型，其下又各有三小類：型態（form）包含口語型態、書寫型態、字詞成分（字根、前綴、後綴等）；意義（meaning）包含形意連結、概念與指涉、與其它意義相關詞彙的關係；以及運用（use）包括文法功能、搭配詞、運用上的限制。至於數學詞彙知識的評量，則常以意義的選擇、配對，或書寫為評量方式（Amen, 2006; Edwards, 1936），Powell等人（Powell & Nelson, 2017; Powell et al., 2017）則以憶取（recall）、理解，與運用三類試題來評量數學詞彙知識，其題型則相當多元，包括配合題、選擇題、畫圖、簡答題。至於吳昭容等人（2018，2020）則將數學詞彙知識分為兩大類，一是詞義，另一為綜合性判斷則包含判斷詞彙的正例、分辨性質的關聯性、運用、符號辨識等，題型採用四選一的選擇題。測量詞義的例題如「小華將形狀相同的東西放在一起。小華在做什麼？①數數 ②分類 ③計算 ④統計」，或者測量詞彙的使用脈絡（運用），如「把4129以4100表示，4100是4129的什麼數？①相反數 ②倍數 ③因數 ④概數」。

二、數學詞彙知識與其它學習表現之關係

探討數學詞彙知識與其它學習表現的相關研究常納入運算能力、文字題解題，以及一般詞彙知識。Powell與其夥伴在多篇論文（Powell & Nelson, 2017; Powell et al., 2017; Ünal et al., 2021）中報導了一、三、五、八年級學生數學詞彙知識與運算能力的相關為.59、.67、.63、.42~.53，而數學詞彙知識與一般詞彙知識的相關則分別是.70、.61、.66、.50~.62。Peng與Lin（2019）以中國四年級學生為對象，並將數學詞彙知識分成測量、幾何、數量運算三類詞彙知識，結果發現各數學詞彙知識與運算能力的相關值在.32~.46之間，與一般詞彙知識的相關為.38~.41，與文字題的相關值為.31~.47。吳昭容等人（2018）則以相似的評量架構編製了跨三至八年級且垂直等化的數學詞彙知識、數學運算、以及數學文字題評量工具，發現三至八年級學生

數學詞彙知識與運算能力的相關依序為 .39、.37、.51、.57、.65、.70，隨年級而相關漸增的型態不同於Powell等人的發現；數學詞彙知識與數學文字題的相關隨年級依序為 .50、.65、.57、.62、.68、.65，跨年級的相關值則相對穩定。至於數學詞彙知識與整體數學表現之相關，Lin等人（2021）對40個研究共55筆樣本（包括前述各篇文獻）進行的後設分析指出，整體的平均相關值 .49，基礎與高階數學作業下的相關值為 .48和 .50，而分成五類數學內容下相關最高的是文字題為 .58，最低的是分數概念 .31，與數知識、運算、代數的相關在 .44~.47 之間。吳昭容等人（2018）則直接依據三至八年級的學習內容編製了對應的數學成就測驗，結果數學詞彙知識與數學成就的相關依序為 .56、.62、.66、.58、.75、.65，相較於Lin等人後設分析所得的平均相關值來得高。上述資料顯示，在不考慮其它共同因素的情況下，數學詞彙知識和運算能力、文字題、各類數學能力，以及數學成就間存在.30~.75的相關。

透過迴歸探討多個預測變項對效標變項之預測力，可以排除其它共同變異而更純粹地探討變項間的預測關係。數學詞彙知識在一些研究是作為預測變項，有些則做為效標變項。以數學詞彙知識作為預測變項的研究，包括幼兒、國小學生、國中學生。Purpura與Reid（2016）測量136名3~6歲幼兒的一般詞彙知識、數學詞彙知識（能依數學專有指令操作，如拿走、遠離、最少、前……），以及數量表現（含兩量比較、兩數比較、一對一對應、數字排序、認數、數字合成），結果發現一般詞彙知識能預測數量表現，但加入數學詞彙知識後，一般詞彙知識就不再具有預測力。Toll與van Luit（2014）針對低數量能力幼兒也得到相同的結論。Toll與van Luit從1030名四歲幼兒篩選數量能力最差的20%的幼兒，半年追蹤一次到六歲，一般語言知識和數量能力各四次，而僅一次的數學詞彙知識則於第三時間點施測。潛在成長模式顯示一般語言知識與數量能力具顯著的交互影響關係；而加入數學詞彙知識後，數學詞彙知識完全中介一般語言知識對數量能力的影響，顯示在幼兒階段一般語言知識需透過數學詞彙知識影響數量能力的成長。陳映涵等人（2022）針對四和六年級學生進行的研究資料顯示，數學詞彙知識可以顯著預測一年後的數學成就，而高年級的預測力比中年級的強。Ünal等

人（2021）以八年級的美國學生、土耳其高能力學生（數學運算表現與美國學生相當，該文以算術與代數運算能力代表數學成就），以及土耳其低能力學生為對象，分析一般詞彙知識與數學詞彙知識對運算能力的預測力，其結果為美國學生與土耳其高能力學生的數學詞彙知識完全中介一般詞彙知識對運算能力的預測力，但土耳其低能力學生僅一般詞彙知識能顯著預測運算能力，加入數學詞彙知識並未增加預測力。

以數學詞彙知識作為效標變項的研究則集中在國小學生。Powell與Nelson（2017）發現一般詞彙知識可解釋一年級學童數學詞彙知識變異量的49%，若再加上運算能力則顯著增加到55%；Powell等人（2017）發現三和五年級學生的一般詞彙知識與運算能力約能解釋數學詞彙知識變異量的37%~45%，且年級差異上兩個預測變項對數學詞彙知識預測力都是三年級顯著高於五年級。而陳映涵等人（2022）針對四和六年級學生進行的研究資料則顯示，一般詞彙知識顯著預測同時期的數學詞彙知識，且較高的年級預測力較強，後一結果不同於Powell等人（2017）。

部分研究在探討數學詞彙知識與其它學習表現之關係時，更進一步控制學生的認知能力因素，例如智力或工作記憶等。Peng與Lin（2019）針對237名四年級學生施測了三主題（測量、幾何、數值運算）的數學詞彙知識、一般詞彙知識、認知能力（智力、工作記憶、處理速度），以及兩類數學表現——計算與文字題，結果顯示在控制了一般詞彙知識、智力、工作記憶、處理速度之後，三主題的數學詞彙知識對計算都無顯著預測力；而測量與幾何的數學詞彙知識對文字題具有獨特預測力，且部分中介智力對文字題的預測、一般詞彙對文字題的預測，以及完全中介工作記憶對文字題的預測，但數值運算的數學詞彙知識則對文字題無顯著預測力。而陳映涵等人（2022）對於四和六年級學生進行的研究資料則顯示，在控制語文智力和非語文智力的情況下，一般詞彙知識和數學詞彙知識都顯著預測一年後的數學成就，且較高的年級預測力較強，顯示詞彙知識隨著年級越高越能預測一年後的數學成就。此外，Lin等人（2021）的後設分析指出，不論是控制了語文理解能力，還是一般認知能力，或者同時控制二者，數學詞彙知識對各類數學表現都保有獨特的預測力。

上述文獻回顧顯示，不論數學詞彙知識作為預測變項還是效標變項，都僅有少數研究（如陳映涵等人，2022；Toll & van Luit, 2014）取得預測變項的時間早於效標變項，多數預測研究是建立在同期資料的分析上，其因果關係的證據強度較弱（Finkel, 1995; Lin & Powell, 2022）。而且以數學詞彙知識為效標變項的研究較少，雖然數學運算能力能預測數學詞彙知識（Forsyth & Powell, 2017; Powell & Nelson, 2017; Powell et al., 2017），但尚未有以數學成就為預測變項的研究，無法得知整體數學成就是否也會對數學詞彙知識的習得產生影響。此外，幼兒、國小學生、國中學生的結果也有一些不一致，需要更多探討發展的研究。

三、研究問題與分析架構

前述文獻顯示，數學詞彙知識對學生的整體數學表現具有預測力（Lin et al., 2021; Peng & Lin, 2019; Purpura & Reid, 2016; Ünal et al., 2021）。為了以因果強度更佳的證據來釐清數學詞彙知識的教與學在數學成效上的重要性，本研究採用重複測量數學詞彙知識與數學成就，並控制智力，以探討前期數學詞彙知識對數學成就的影響，包括其預測路徑，如圖1，此為研究問題（一）。

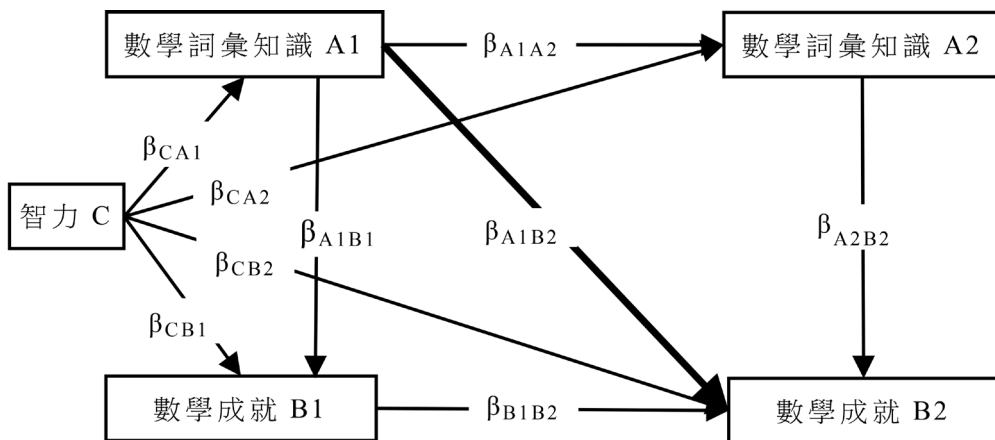


圖1 前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測路徑

就圖1而言，本研究關心前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測。為了更明確地瞭解其預測路徑，考量同期的數學詞彙知識可預測數學成就（ β_{A1B1} 、 β_{A2B2} ），且知識具累積性——前期數學詞彙知識能預測後期數學詞彙知識（ β_{A1A2} ）、前期數學成就能預測後期數學成就（ β_{B1B2} ），並且將智力納入模型加以控制（ β_{CA1} 、 β_{CA2} 、 β_{CB1} 、 β_{CB2} ）。在此模型下，可以分開前期數學詞彙知識對後期數學成就的直接效果（ β_{A1B2} ）與間接效果——透過前期數學成就預測後期數學成就，以及透過後期的數學詞彙知識，間接地預測後期數學成就。

文獻也顯示，數學運算能力能預測數學詞彙知識（Forsyth & Powell, 2017; Powell & Nelson, 2017; Powell et al., 2017），而數學成就是整體數學表現最好的指標，故本研究用數學成就來預測數學詞彙知識。為了以因果強度更佳的證據探究數學成就對數學詞彙知識習得的影響，本研究以前述重複測量數學成就與數學詞彙知識並控制智力的資料，探討前期數學成就對後期數學詞彙知識的影響，包括其預測路徑，如圖2，此為研究問題（二）。

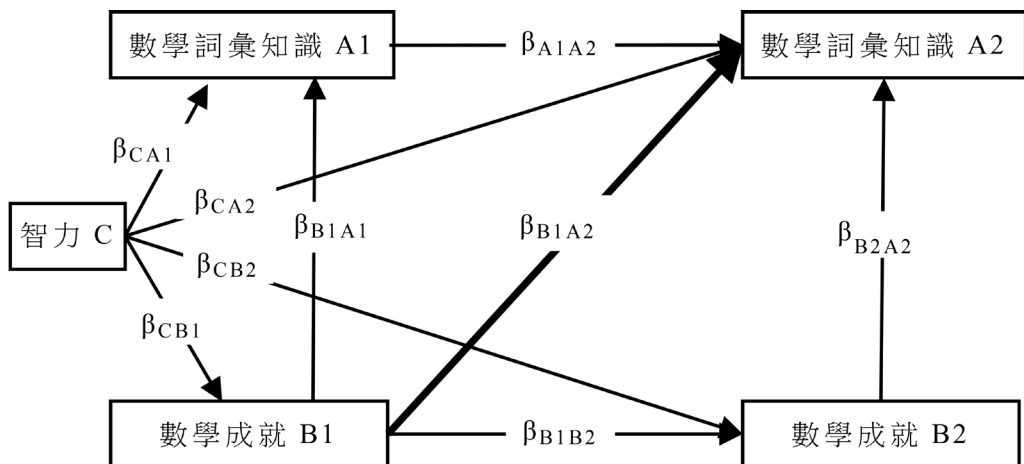


圖2 前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測路徑

就圖2而言，本研究關心前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測。類似於圖1，考量同期的數學成就可預測數學詞彙知識（ β_{B1A1} 、

β_{B2A2} ），且知識具累積性——前期數學詞彙知識能預測後期數學詞彙知識（ β_{A1A2} ）、前期數學成就能預測後期數學成就（ β_{B1B2} ），並且將智力納入模型加以控制（ β_{CA1} 、 β_{CA2} 、 β_{CB1} 、 β_{CB2} ）。在此模型下，可以分開前期數學成就對後期數學詞彙知識的直接效果（ β_{B1A2} ）與間接效果——透過前期數學詞彙知識間接預測後期數學詞彙知識，以及透過後期的數學成就間接地預測後期數學詞彙知識。

為了瞭解前期數學詞彙知識與前期數學成就同時作用於後期數學成就與後期數學詞彙知識時的延宕交互效果（cross-lagged effects），本研究參照Finkel（1995）兩波次的延宕交互模式（cross-lagged effect model）並控制智力，如圖3，此為研究問題（三）。在此模式下探討前期數學詞彙知識對後期數學成就之延宕效果（ β_{A1B2} ），以及前期數學成就對後期數學詞彙知識之延宕效果（ β_{B1A2} ）相對較為純粹，因模式是在考量數學詞彙知識與數學成就存在相關（ ρ_{B1A1} 、 ρ_{B2A2} ），也將同一變項前後期的自我回歸（ β_{A1A2} 、 β_{B1B2} ）納入考量，且控制了智力（ β_{CA1} 、 β_{CA2} 、 β_{CB1} 、 β_{CB2} ）（Finkel, 1995）。

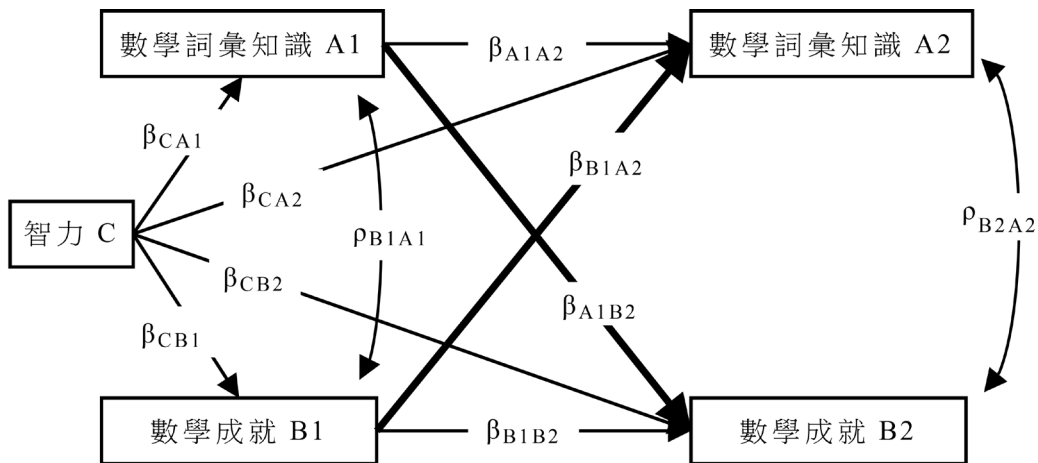


圖3 數學詞彙知識與數學成就延宕交互模式

此外，文獻上數學詞彙與其他數學表現的關係在不同年級有不一致的發現（例如陳映涵等人2022的研究與Powell等人2017的發現），探

究數學詞彙知識與數學成就的相互影響在較年幼與較年長的學生是否不同，為本研究的研究問題（四）。本研究認為越早期的數學知識通常延伸自日常生活經驗，學童可透過日常語言來理解初階的數學知識，並開始學習數學語言與日常語言的不同意義；隨著年級漸高，數學內容的學習需要建立在更為嚴謹的概念上，而這些概念用數學詞彙才能精準地表達其意義。因此本研究預期隨著年級的增長，數學詞彙知識與數學成就的相互關係會越發明顯，並透過國小與國中兩群受試者的表現來回應此一發展議題。

綜上所述，本研究有四個研究問題

（一）國小生和國中生的前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測效果為何？

（二）國小生和國中生的前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測效果為何？

（三）國小生和國中生的數學詞彙知識與數學成就的延宕交互效果為何？

（四）國小生和國中生在數學詞彙知識與數學成就之相互影響的異同為何？

參、研究方法

一、研究對象

本研究的資料來自8所國小、200位國小學生和9所國中、231位國中學生，第一次施測時分別為五年級和七年級學年初，第二次施測是六年級與八年級學年末。參與學校方面，則依教育部104學年度「各縣市國中小概況統計」全國學生比率，分北一、北二、中、南、東加離島等五區邀請，共17所學校參與，每所學校選取1班，實際各區學校縣市、規模，及學生性別與人數如表1。

表1

國小與國中階段各區域抽樣學校縣市(規模)與學生人數的抽樣分布

區域	國小			國中				
	學校縣市(規模)	學生人數			學校縣市(規模)	學生人數		
		男	女	合計		男	女	合計
北一	基隆市1所(大)	52	46	98	基隆市1所(大)	23	24	47
	臺北市1所(中)				新北市1所(中)			
	新北市2所(大、中)							
北二	桃園市1所(大)	27	25	52	桃園市2所(大、小)	41	34	75
	苗栗縣1所(大)				苗栗縣1所(大)			
中部				0	臺中市1所(小)	43	36	79
					彰化縣1所(中)			
					雲林縣1所(大)			
南部	高雄市1所(大)	14	13	27				0
東部加離島	澎湖縣1所(大)	16	7	23	澎湖縣1所(中)	14	16	30
合計	8所	109	91	200	9所	121	110	231

註：學校規模以教育部公布104學年度國民小學校別資料及國民中學校別資料的班級數為主，國小部分以6班以下為小校、7~24班為中校、25班以上為大校；國中部分以12班以下為小校、13~36班為中校、37班以上為大校。

二、研究工具

(一) 數學詞彙知識測驗

本研究使用吳昭容等人(2020)所發展的數學詞彙知識測驗，旨在瞭解學生能否掌握數學詞彙的詞義以及綜合性判斷(包含判斷詞彙正例、性質之關聯性、運用、符號辨識)。詞彙分為數與量、幾何、代數、統計與機率等四個主題，取樣自包含731詞的數學詞彙列表，該列表來自九年一貫數學領域課程綱要(教育部，2008)與數學教師推薦適用一到九年級之數學詞目。測驗共有A、B、C三卷，適用於3~4、5~6、7~8年級，各有三個複本。每個題本題數都是21題，題型採四選一

單選題，例如「小華將形狀相同的東西放在一起。小華在做什麼？①數數②分類③計算④統計」。三卷的三複本試題採用試題反應理論（item response theory, IRT）進行垂直等化、水平等化與常模建置，使得各年級測得的能力值均可相互比較，且測驗訊息量（test information）顯示複本信度良好。本研究使用之A、B、C三卷的內部一致性信度良好，Cronbach's α 係數介於.63~.80，古典測驗理論（classical test theory, CTT）試題難度則在.64~.76，屬中間偏易。本測驗六個年級與數學文字題測驗（吳昭容，未出版）、數學運算測驗（楊心怡，未出版）（前二測驗請參考吳昭容等人，2018）、數學成就測驗（如下節）之相關係數分別在.50~.68、.37~.70、.56~.75，多數具中高程度之相關，顯示本測驗有良好的效度。施測時間以10分鐘為原則，多數學生均可完成。測驗結果以能力值表示，單位為邏輯斯（logit）。本研究對象使用的四、六、八年級題本之全國常模，其能力值的平均數（標準差）分別為0.87（0.65）、1.53（0.70）、2.00（0.74）。

（二）數學成就測驗

本研究使用吳昭容等人（2018）所編製的數學成就測驗，旨在檢視學生完成三至八年級學習後的表現成效，各年級受測學生約在500人上下。各年級的測驗主要取自2012及2016各縣市學力檢測題目（國家教育研究院，2017），六年級題本除6題來自「臺灣學生學習成就評量資料庫」（Taiwan Assessment of Student Achievement）（國家教育研究院，2015），其餘自編。試題架構採「認知歷程」×「知識領域」的雙向細目表；四、六年級的認知歷程分概念理解、程序執行、解題思考三向度，而八年級則分為概念理解、程序執行、邏輯推理、解數學文字題、解情境文字題五向度；至於知識領域則依據97課綱分為數與量、幾何、代數、統計與機率。題數為21~25題，均採四選一單選題。試題採用IRT進行水平等化與參數估計，但因各年級測驗不含共同題，無法垂直等化。本研究對象所使用的四、六、八年級的數學成就測驗，其內部一致性信度Cronbach's α 係數介於.79~.89，CTT試題難度則在.52~.57，屬難易適中；與數學文字題測驗（吳昭容，未出版）、數學運算測驗

(楊心怡, 未出版)之相關係數分別在.63~.79、.53~.75, 顯示本測驗有良好的信、效度。施測時間為一節課(40~45分鐘)。測驗結果以能力值表示, 單位為邏輯斯。本研究對象使用之四、六、八年級題本之全國常模, 其能力值的平均數(標準差)分別為0.30(0.83)、0.06(0.84)、0.32(1.35)。

(三) 國中、國小智力測驗

本研究使用陳美芳與陳心怡(2006a, 2006b)修訂的國中、國小中高年級學校能力測驗, 該測驗依循階層智力觀點, 認為g因素下由「語文—教育」與「實用—機械」兩個主要群因素組成, 其下更有諸多小群因素與特殊因素。本測驗旨在評估處理學校學習任務的廣泛能力, 包括察覺關係、發現規則, 以及預測結果的能力。材料包括語文和非語文兩類, 前者分為語文理解和語文推理, 後者分為圖形推理和數量推理, 推理能力的題目設計與學校學習情境有關, 試題採五選一選擇題。國中、小測驗的全量表內部一致性信度Cronbach's α 係數介於.88~.90, 隔兩週的重測信度介於.55~.80, 有良好的信度及穩定性。本測驗與其他智力測驗之相關係數在國小為.31~.63、在國中為.40~.67, 顯示本測驗具有可接受的效標關聯效度。施測時間為一節課(30~45分鐘)。測驗結果可以得到語文、非語文, 及總智商, 量尺使用離差智商, 各年級常模均設定平均數為100, 標準差為15。本研究的學生智力採用本測驗的總智商分數。

三、研究過程

本研究第一次施測於106年9月, 受測國小生和國中生完成的課程分別為四年級和六年級, 故國小生使用適用3~4年級的數學詞彙知識測驗A卷(三複本採班內隨機分派)和數學成就測驗四年級題本, 國中生使用適用5~6年級的數學詞彙知識測驗B卷(三複本採班內隨機分派)和數學成就測驗六年級題本施測。同一批學生第二次施測於108年5月, 受測國小生和國中生即將完成六年級和八年級課程, 故國小生數學詞彙

知識測驗使用B卷（使用單一複本）、數學成就測驗施測六年級題本，和國小中高年級學校能力測驗；而國中生數學詞彙知識測驗則使用C卷（使用單一複本）、數學成就測驗施測八年級題本，和國中學校能力測驗。因受限於合作學校每次僅能提供兩節課，故作為智力測驗工具的學校能力測驗被安排於第二次施測。各項測驗進行施測時，委請合作學校之各班導師或數學老師擔任主試者，施測程序依研究者提供的指導語及注意事項進行，施測地點在學生原班教室。

四、資料處理與分析

本研究缺漏任一資料的國小生有12位（占200人中的6%）、國中生有36位（占231人中的16%），使用統計軟體R語言的DMwR套件（version 0.4.1）中的knnImputation指令進行K-Nearest Neighbours方法填補所有的遺漏值，及使用lavaan套件（version 0.6-5）及semPlot套件（version 1.1.2）進行各模式的分析。

Kline（2016）建議採用呈現自由度和 p 值的卡方（ χ^2 ）、CFI、SRMR、RMSEA四種指標來檢視模式適配度，但因本研究兩個非飽和模式的自由度皆為1，而Kenny等人（2015）提醒小樣本又小自由度的情況容易高估RMSEA，而不恰當地拒絕模式，因此本研究不採用RMSEA。另外，卡方檢定的 p 值容易受樣本大小的影響，而除以自由度求得規範卡方（ χ^2/df ）對本研究也無助益，故卡方僅供參考。因此，本研究主要參酌兩個指標並採用較嚴格的判準，即CFI \geq .95且SRMR \leq .08來檢視模式適配度。另外，各模式依變項的決定係數（ R^2 ），也將做模式比較之參考。

肆、研究結果

一、描述性統計與模式比較

國小與國中兩群體學生在五個變項的偏態、峰度、平均數與標準差，以及兩兩變項間的相關係數呈現如表2。本研究各變項進行

Shapiro-Wilk常態性檢定時，大多未達常態性的標準。各變項的偏態（skewness）為-0.67~-0.69，偏態絕對值小於3，峰度（kurtosis）為-0.58~0.68，峰度絕對值小於10，不是嚴重的非常態分配（Kline, 2016），可進行結構方程模式的分析。國小生僅後期（六年級）時的數學成就的平均數（0.50）相較於全國（0.06）來得高（ $z = 7.37, p < .001$ ），其餘四個變項的平均數與標準差和測驗所提供之全國資料相近（ $ps > .10$ ），整體而言，本研究的國小生與全國資料相近。國中生五個變項的平均數都比全國資料來得低（ $z = -3.30 \sim -9.10, ps < .001$ ），顯示本研究的國中生樣本的能力比全國資料來得低。至於國小生和國中生各自五個變項兩兩之間的Pearson 積差相關為.44~.66，顯示這些變項之間都具有中度以上的關連性；其中智力於第二波次進行施測，故與國小、國中的後期變項相關較與前期變項的相關來得高。

表2

國小生及國中生之偏態、峰度、平均數、標準差與相關係數

	平均數（標準差）		偏態	峰度	1	2	3	4	5
	全國資料	本研究							
國小生（ $N = 200$ ）									
1.智力	100.00 (15.00)	99.55(14.06)	0.67	0.68	-				
2.四年級數學詞彙知識	0.87 (0.65)	0.83 (0.63)	0.55	0.02	.55**	-			
3.六年級數學詞彙知識	1.53 (0.70)	1.45 (0.62)	0.61	0.26	.65**	.55**	-		
4.四年級數學成就	0.30 (0.83)	0.33 (0.83)	0.18	0.58	.57**	.62**	.53**	-	
5.六年級數學成就	0.06 (0.84)	0.50 (1.08)	0.15	0.46	.64**	.44**	.62**	.55**	-
國中生（ $N = 231$ ）									
1.智力	100.00 (15.00)	93.59 (17.90)	0.02	0.48	-				
2.六年級數學詞彙知識	1.53 (0.70)	1.11 (0.68)	0.31	0.54	.55**	-			
3.八年級數學詞彙知識	2.00 (0.74)	1.84 (0.71)	0.01	0.50	.61**	.56**	-		
4.六年級數學成就	0.06 (0.84)	0.22 (0.77)	0.52	0.02	.61**	.59**	.58**	-	
5.八年級數學成就	0.32 (1.35)	0.32 (0.99)	0.69	0.20	.63**	.52**	.66**	.57**	-

註：數學詞彙知識、數學成就以能力值表示；智力使用離差智商，平均數為100，標準差為15。

** $p < .01$.

前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測路徑與前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測路徑兩組模式，在未控制智力和控制智力的兩種情形皆非飽和模式，其適配度指標如附錄1。結果顯示不論國小還是國中，兩組模式都是控制智力的模式適配度優於未控制智力的模式，且控制智力的模式全都符合原定的 $CFI \geq .95$ 且 $SRMR \leq .08$ 的適配度判準。其次，各模式依變項在有未控制與控制智力的 R^2 可供比較時，都是控制智力的 R^2 大於未控制智力，顯示控制智力能更單純地瞭解數學詞彙知識與數學成就的關係，故後續結果都僅報導控制智力的模式。此外，國小與國中在控制智力之各模式（包括延宕交互模式）下的後期數學詞彙知識與後期數學成就的 R^2 均在.44~.54之間，依Cohen（1988）對 R^2 解釋量的大小區分，這些模式對這兩個依變項具有大的解釋量。

二、前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測路徑

圖4呈現國小生前期（四年級）數學詞彙知識對後期（六年級）數學成就的預測路徑之標準化結果，參數詳見附錄2。在控制智力的情況下，國小生前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測沒有顯著直接效果（ $\beta = -.05, p = .44$ ），但前期數學詞彙知識透過前期數學成就（ $\beta = .10, p = .00$ ）或透過後期數學詞彙知識（ $\beta = .09, p = .00$ ）均能間接預測後期數學成就，整體延宕預測效果顯著（ $\beta = .14, p = .04$ ）。

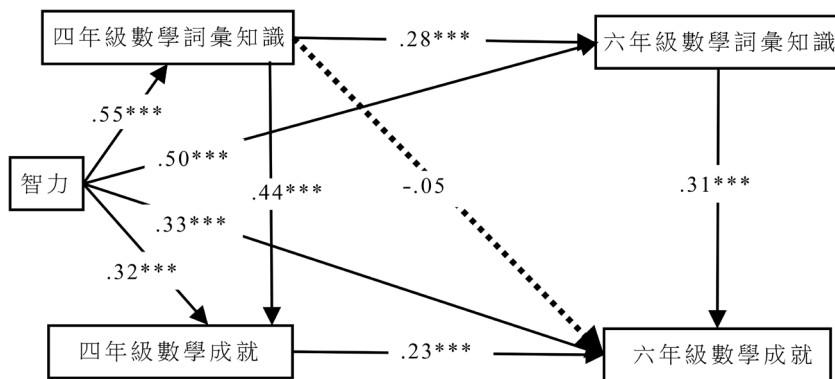


圖4 國小生前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測路徑之標準化結果
註：虛線表示不顯著的路徑。

*** $p < .001$

圖5呈現國中生前期（六年級）數學詞彙知識對後期（八年級）數學成就的預測路徑的標準化結果，參數詳見附錄2。在控制智力的情況下，前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測沒有顯著直接效果（ $\beta = .08, p = .19$ ），不過，前期數學詞彙知識透過前期數學成就（ $\beta = .06, p = .02$ ）或透過後期的數學詞彙知識（ $\beta = .12, p < .001$ ）均能間接預測八年級數學成就，整體延宕預測效果顯著（ $\beta = .25, p = .00$ ）。

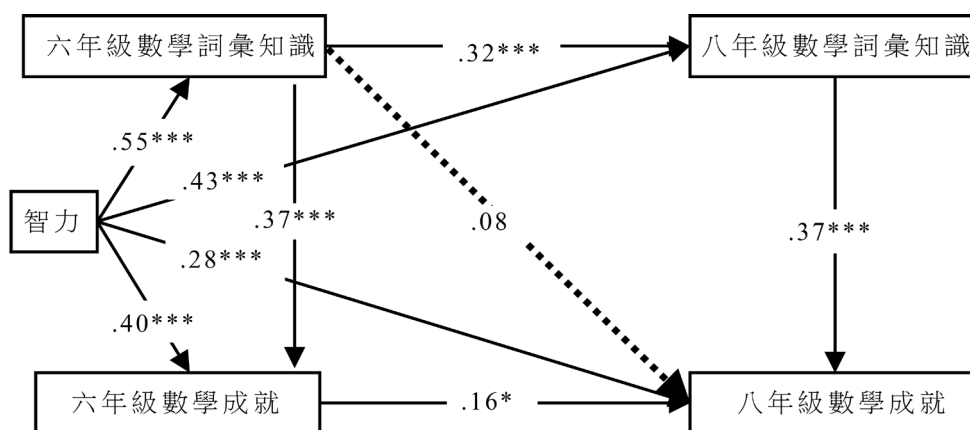


圖5 國中生前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測路徑之標準化結果

註：虛線表示不顯著的路徑。

* $p < .05$. *** $p < .001$

三、前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測路徑

圖6呈現國小生前期（四年級）數學成就對後期（六年級）數學詞彙知識的預測路徑之標準化結果，參數詳見附錄3。在控制智力的情況下，前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測沒有顯著直接效果（ $\beta = .06, p = .34$ ），但前期數學成就透過前期數學詞彙知識（ $\beta = .10, p = .00$ ）或透過後期數學成就（ $\beta = .08, p = .00$ ），均能間接預測後期數學詞彙知識，整體延宕預測效果顯著（ $\beta = .24, p = .00$ ）。

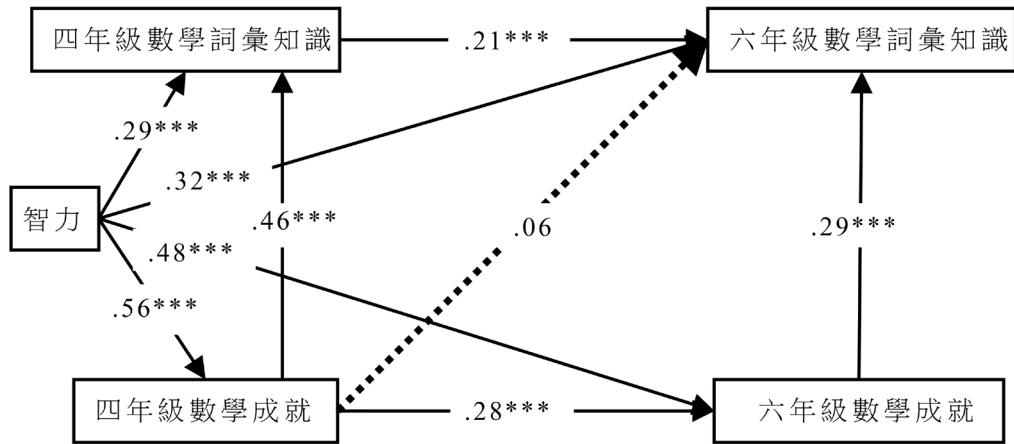


圖6 國小生前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測路徑之標準化結果
 註：虛線表示不顯著的路徑。

*** $p < .001$

圖7呈現國中生前期（六年級）數學成就對後期（八年級）數學詞彙知識的預測路徑的標準化結果，參數詳見附錄3。相較於前三個分析，較獨特地，圖7在控制智力的情況下直接效果與間接效果均達顯著，也就是國中生前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測有顯著直接效果（ $\beta = .14, p = .03$ ），而且前期數學成就透過前期數學詞彙知識（ $\beta = .07, p = .01$ ）或透過後期數學成就（ $\beta = .11, p < .001$ ）都能間接預測後期數學詞彙知識，整體延宕預測效果顯著（ $\beta = .32, p = .00$ ）。

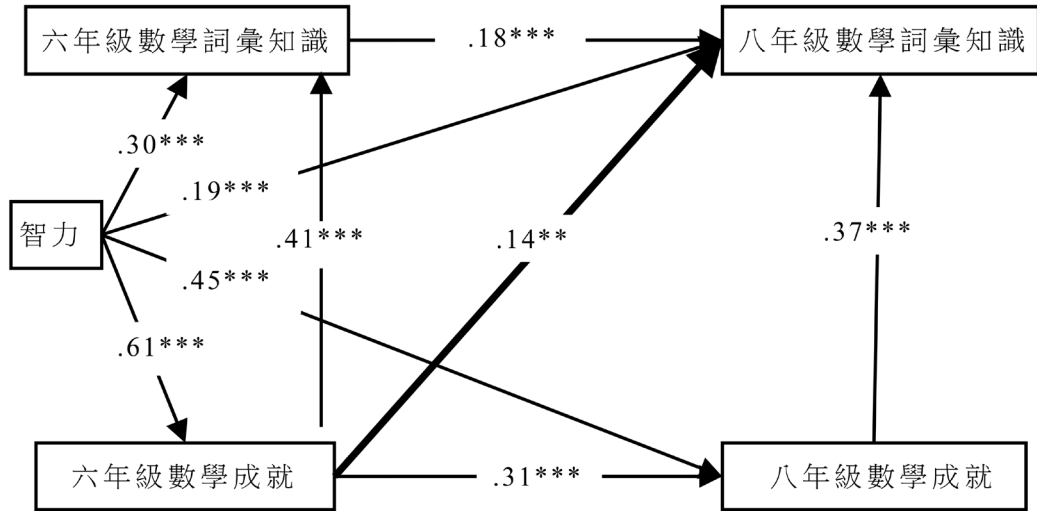


圖7 國中生前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測路徑之標準化結果

註：虛線表示不顯著的路徑。

** $p < .01$. *** $p < .001$

四、數學詞彙知識與數學成就之延宕交互效果

圖8呈現國小生的延宕交互模式之標準化結果，各參數詳見附錄4。在控制智力及數學詞彙知識和數學成就各自的自我迴歸下，前期數學詞彙知識未能顯著預測後期數學成就（ $\beta = .01$ ， $p = .85$ ），而前期數學成就則顯著正向預測六年級數學詞彙知識（ $\beta = .14$ ， $p = .03$ ）。

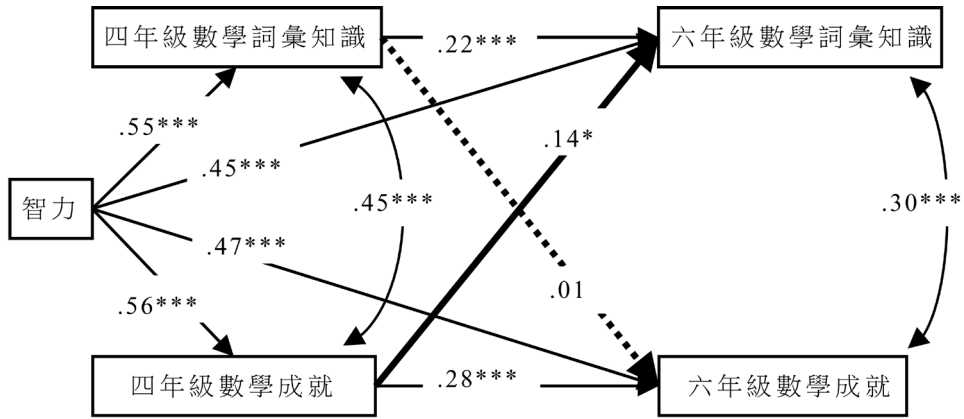


圖8 國小生在延宕交互模式之標準化結果

註：虛線表示不顯著的路徑。

* $p < .05$. *** $p < .001$

圖9呈現國中生的延宕交互模式之標準化結果，各參數詳見附錄4。在控制智力及數學詞彙知識和數學成就各自的自我迴歸下，前期數學詞彙知識正向預測後期數學成就 ($\beta = .17, p = .008$)，而前期數學成就也正向預測後期數學詞彙知識 ($\beta = .23, p < .001$)。

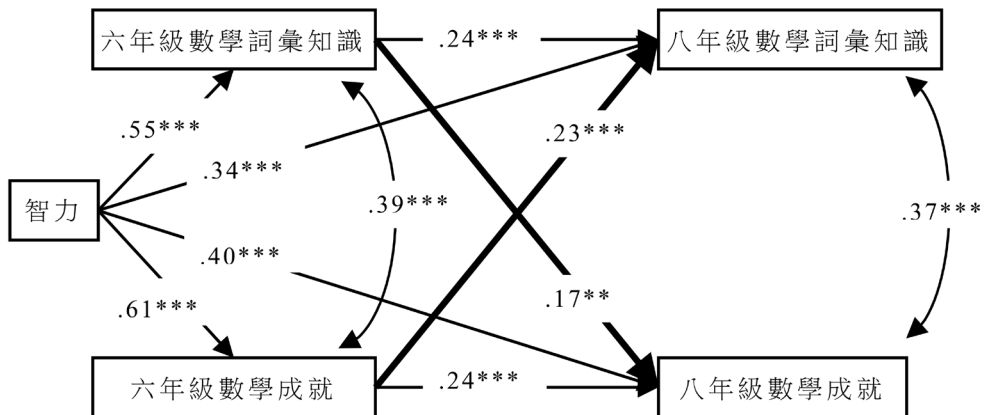


圖9 國中生在延宕交互模式之標準化結果

註：虛線表示不顯著的路徑。

** $p < .01$. *** $p < .001$

五、國小生和國中生數學詞彙知識與數學成就之相互影響的異同

本研究的國小生和國中生之數學成就工具並未垂直等化，僅能就兩群體各自標準化數據所得之預測關係討論國小生與國中生的差異，而無法直接進行統計考驗。在控制智力、數學詞彙知識和數學成就各自的自我迴歸後，國小生和國中生有三點異同之處（詳見附錄2至4）：

一是，前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測路徑看來，國小與國中兩群體的情形類似，直接延宕預測效果皆未顯著，但間接延宕預測效果皆顯著（ $\beta = .19、.17, ps < .001$ ），且整體延宕預測效果顯著（ $\beta = .14, p = .04; \beta = .25, p < .001$ ）。

二是，前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測路徑看來，兩群體的情形則有些差異。國小生的直接延宕預測效果不顯著，但國中生顯著（ $\beta = .14, p = .03$ ）；至於兩群體的間接延宕預測效果都顯著（ $\beta = .18、.19, ps < .001$ ），且整體延宕預測效果也都顯著（ $\beta = .24、.33, ps < .001$ ）。

三是，前期的數學詞彙知識和數學成就同時作用在後期的兩個變項，兩群體的延宕交互效果有差異。國小生前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測不顯著，但前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測則顯著（ $\beta = .14, p = .04$ ）；相對地，國中生兩個延宕交互預測都達顯著，也就是前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測（ $\beta = .17, p = .01$ ）以及前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測（ $\beta = .23, p < .001$ ）都為顯著。

伍、討論與建議

本研究以重複施測國小生和國中生的數學詞彙知識與數學成就，探討兩種數學能力的相互影響。前期數學詞彙知識與前期數學成就對後期另一變項之預測路徑模式的適配指標，均為控制智力的模式優於未控制智力的模式，且控制智力的指標符合模式判準。延宕交互模式為飽和模式，然其控制智力時依變項的 R^2 均大於未控制智力的 R^2 ，故後續分析均

為控制智力。此外，三類模式後期之數學詞彙知識與數學成就作為依變項時，在國小生與國中生的 R^2 都約50%，屬於大解釋量。

針對研究問題（一），前期數學詞彙知識對後期數學成就的預測在國小生與國中生相似（圖4和5）。兩個群體的延宕預測之整體效果都顯著，其中間接效果達顯著。針對研究問題（二），前期數學成就對後期數學詞彙知識的預測在國小生與國中生有同有異（圖6和7）。兩個群體的延宕預測之整體效果都顯著，其中間接效果也都顯著，但直接效果在國小生不顯著，在國中生則顯著。針對研究問題（三），前期數學詞彙知識與前期數學成就同時作用於兩個後期變項時的延宕交互效果，在兩個群體有所差異（圖8和9）。國小生僅前期數學成就顯著預測後期數學詞彙知識，而前期詞彙知識則未能預測後期數學成就。相對地，國中生則是兩個前期變項都能交互地顯著預測另一個後期變項。針對研究問題（四），綜合問題一和三的結果發現，數學詞彙知識對數學成就的預測較弱，在兩群體僅有間接效果而無直接效果，但國中生在延宕交互模式下存在數學詞彙知識對數學成就的延宕影響；由問題二和三的結果則顯示，數學成就對數學詞彙知識的預測則較強，國小生雖無直接效果僅有間接效果，但在延宕交互模式下存在數學成就對數學詞彙知識的延宕影響，而國中生則呈現更明確的證據，包括間接效果、直接效果，以及延宕影響。

一、數學詞彙知識對數學成就的影響

本研究在相較於其它橫斷性研究之文獻（Peng & Lin, 2019; Purpura & Reid, 2016; Ünal et al., 2021）做更多控制，且前期與後期資料收集間隔接近兩個學年的情況下，不論國小生或國中生前期（四或六年級）數學詞彙知識對後期（六或八年級）數學成就的整體預測效果及其間接效果都顯著，但直接效果都不顯著，而同時納入兩個變項的延宕交互模式則僅國中生顯現延宕影響的證據。這說明了，數學詞彙知識對數學成就長期而言具有影響力，但在國小生主要透過間接路徑，而國中生除了間接路徑也存在直接的延宕影響，此種數學詞彙知識隨著年級而更能預測數學成就的結果，與陳映涵等人（2022）的發現一致。

數學詞彙知識在數學教與學的歷程中可能非教師關注的能力。數學教育多半關注運算能力、概念理解、應用解題、推理與論證等，數學詞彙知識包括認識一個個獨立詞彙的意義、正例、非例、使用時機，通常被認為僅處理較小也較獨立的單位，不像其它能力涉及更大單位且關係性理解。然而，詞彙具知識網絡的特性，數學詞彙知識須能就語意相近之詞彙相互區辨或建立關聯，尤其專有名詞必須建立在更基礎的專有名詞之上，故此一能力並非僅是掌握一個個獨立的詞彙，而是會影響其它詞彙知識的建構。

其次，數學詞彙知識不只影響後期數學詞彙的習得，而且也影響同期的數學成就，甚至間接影響後期的數學成就。一個新的數學詞彙出現（例如「互質」）時，通常伴隨相關的概念理解、程序執行，與解題應用，這些數學內涵的學習是共生的，所以同期的數學詞彙知識與數學成就存在相互關係。因此，學生前期的數學詞彙知識至少會透過後期的數學詞彙知識或透過同期的數學成就影響後期的數學成就，如本研究之國小生和國中生的研究結果。因為年級較低的數學內容上，數學詞彙可以日常用語取代或理解，且知識網絡較稀疏，具備好或不好的數學詞彙知識對學習相關知識的影響就相對較小，因此對間隔將近兩年的評量範疇廣泛的數學成就，其直接效果就不容易達顯著，而是透過間接路徑影響後期的數學成就。然而，在年級較高的數學內容上，數學詞彙知識的知識網絡及其與數學成就的關聯性就越強，其直接的延宕影響的證據就越明顯，如同本研究國中生的延宕交互模式的發現。

本研究探討數學詞彙知識對數學成就的影響，旨在提醒數學詞彙不僅在文字題解題產生效應。掌握數學詞彙不只是幫助解題者看懂數學題而已，在解題之前的數學課堂聽講、教科書閱讀理解、與同學老師的互動討論，數學詞彙知識在學習歷程中都有其角色。因此，教師教學上不宜輕忽數學詞彙的指導。

二、數學成就對數學詞彙知識的影響

有限的橫斷性研究指出運算能力可以顯著預測數學詞彙知識（Forsyth & Powell, 2017; Powell & Nelson, 2017; Powell et al., 2017），

且較低年級（三年級）的預測大於較高年級（五年級）（Powell et al., 2017）。本研究採用能力範疇更廣的數學成就作為預測變項，在較橫斷性研究做了更多控制，且前期與後期資料收集間隔接近兩個學年的情況下，不論國小生或國中生前期（四或六年級）數學詞彙知識對後期（六或八年級）數學成就的整體預測效果及其間接效果都顯著，但直接效果僅國中生顯著，而同時納入兩個變項的延宕交互模式則兩個群體都顯現延宕影響的證據。這說明了，數學成就對數學詞彙知識長期而言具有影響力，且國中生在直接效果與延宕影響上的證據比國小生更明確。

數學成就代表的是特定學習期間在數學上整體的學習結果，數學成就評量工具通常透過學習內容和認知歷程的雙向細目表來編製試題，以涵蓋具有代表性的學習內容，以及適當比率的概念理解、程序執行，與解題思考的題目。擁有較佳的數學成就顯示對相關的數學內容具備較佳的概念理解、運算技能，以及應用遷移的能力，也代表其數學知識網絡中的連結較適當且緊密，能夠有效處理所面對的數學作業，當然也包括有效地學習新的數學詞彙。比如真正理解「等量公理」這個數學詞彙（當等號左右兩邊相等時，於等號兩邊各加、減、乘或除以同一個數——不可同時除以0，等號兩邊仍會維持相等）的意義與運用，必須有等號的等價概念與良好的加、減、乘、除運算技能，如此方能建構出正確反映「等量公理」數學詞彙的知識網絡。而年級越高的數學詞彙越需要早期的各數學概念與運算技能的支撐，因此，從知識網絡的角度來解釋前期數學成就對數學詞彙的直接影響，年級越高效果越明確的結果很符合發展的趨勢。

本研究探討數學成就對數學詞彙知識的影響，旨在提醒數學詞彙指導上的因材施教。雖然此一因果關係的確認並不宜建議透過提升數學成就來改善數學詞彙知識，因為改善範疇更廣的數學成就難度更高。但可以提醒教師，數學成就較差的學生在學習新的數學詞彙上的困境，宜提供額外的舉例、說明、釐清來確認低成就學生對數學詞彙的理解。

三、理論與教學的啟示

本研究以國小生和國中生各有兩波次的資料探討數學詞彙知識與數學成就的相互影響，雖然因果證據的強度較文獻上的橫斷研究強，但若有更多波次的資料將更有助於釐清兩者的因果關係。Anderson和Freebody（1981）曾對詞彙知識與理解的關係提出三種理論觀點：一是詞彙知識是理解的因；二是詞彙知識和理解的關係是相關，兩者都與第三因素——概念知識有關；三是詞彙知識和理解的關係是相關，兩者都與第三因素——語言能力有關。而Quinn等人（2015）分析四波次的詞彙知識與閱讀理解的交互影響支持了第一種因果關聯的觀點，也就是詞彙是閱讀理解的因。數學詞彙知識與數學成就的關係也可延續前述類似的探討，這除了完備理論觀點之外，對於教學著力點之選擇也深具意義。

陳映涵等人（2022）指出國小中高年級學生的數學學習存在雙重路徑：一般詞彙知識對數學成就具有直接預測力，且數學詞彙知識在一般詞彙知識預測數學成就間具有中介效果。若因國小學生可能透過一般詞彙知識而非數學詞彙知識學習到數學的概念理解、程序執行，與解題思考，就主張甚至鼓勵國小教師運用日常語言教數學，此建議恐怕得謹慎。本研究顯示，國中生的前期數學詞彙知識對後數學成就有顯著的直接延宕效果，以及國中小學生的前期數學詞彙知識，透過前期數學成就及後期數學詞彙知識間接影響後期的數學成就看來，罔顧數學詞彙知識之累積性將會付出代價；未能按部就班建構數學詞彙知識的學生，越來越無法跟上充斥著各種數學詞彙的講課內容、無法看懂到處是數學詞彙的數學文本與試題。而且國中數學知能是成年人適應社會與職場必要的素養，為了發展公民的基本素養，不論國中或國小的師生，都不能迴避數學詞彙的教與學。因此，比較好的建議是，透過一般詞彙知識的解說讓數學詞彙知識不佳的學生有機會學會數學，但數學課室中教師必須經常使用數學詞彙以使學生熟悉，並且必須鼓勵學生運用數學詞彙來溝通、表達，透過數學詞彙的聽說讀寫來掌握數學詞彙知識及其應用。

探討數學詞彙知識對數學成就的影響在教學上具有重要意義，確定了此一關係後，就應透過介入數學詞彙教學以確認對數學成就之影響

(Riccomini et al., 2015; Wanjiru & O-Connor, 2015)，進而彰顯數學詞彙知識在數學教學中的角色。相對地，數學成就對數學詞彙知識的影響較無法產生直觀的教學建議，因為面對涵蓋內容廣泛的數學成就提出有效改善建議是困難的；但至少可以提醒教師，應關注數學低成就學生在學習重要的數學詞彙上的困難，因其會成為後續學習成效的阻礙，產生馬太效應 (Duff et al., 2015; Stanovich, 1986)，尤其越高年級的學習階段，效應越強。因此，發展適當方式促進低成就學生掌握數學詞彙知識相當關鍵。

四、研究限制與建議

本研究有以下研究限制。受限於合作學校的施測時間，而在第二波次才進行智力測驗；從影響因素的時間應早於結果的考量，此一施測時間的問題是本研究的限制之一。其次，雖然本研究參考各縣市國中小概況統計資料分區取樣，但從結果看來，國中生樣本的能力與全國資料有落差，在此取樣偏誤下所得的兩變項在兩波次間的交互影響結論尚需後續研究再確認。第三，由於研究所使用的數學成就測驗未曾垂直等化，無法直接作比較分析，因此，使用國小生和國中生各自標準化的數值，進行分析比較，有待未來有垂直等化的資料再加以檢視。

在研究設計上亦有以下未來研究建議。一是，本研究的調查次數僅兩波次，探討兩變項在兩波次間的交互影響可能存在其他干擾因素 (Finkel, 1995)，建議未來可以三波次或更多波次的資料來分析，也能探討成長模式，使回應發展議題的證據更完整。二是，多波次縱貫資料與實驗法的介入可以為數學詞彙知識與數學成就之因果關係提供強度更高的證據，近期已有學者 (Stevens et al., 2023) 嘗試採用詞彙教學確認提升數學詞彙對提升文字題解題的因果關係，結果具有不錯的效果量，但未達顯著水準，仍待後續更多研究。

誌謝

本研究承蒙科技部專題研究計畫（MOST 105-2511-S-003-039-MY3、MOST 111-2410-H-003-135-MY3）經費支持，特此致謝；並感謝研究助理鄭鈴華在資料收集上的協助。

參考文獻

吳昭容（未出版）。**數學文字題能力測驗**。

【Wu, C.-J. (Unpublished). *Mathematical word problems solving test.*】

吳昭容、曾建銘、陳柏熹（2020）。**國民中小學數學詞彙知識測驗**。心理。

【Wu, C.-J., Cheng, C.-M., & Chen, P.-H. (2020). *Mathematical vocabulary ability test for elementary and junior high school education.* Psychological.】

吳昭容、曾建銘、鄭鈴華、陳柏熹、吳宜玲（2018）。領域特定詞彙知識的測量：三至八年級學生數學詞彙能力。**教育研究與發展期刊**，**14(4)**，1-40。

【Wu, C.-J., Cheng, C.-M., Cheng, C.-H., Chen, P.-H., & Wu, Y.-L. (2018). The measurement of domain-specific vocabulary knowledge: The mathematical vocabulary ability of third to eighth grade students. *Journal of Educational Research and Development*, *14(4)*, 1-40.】

教育部（2008）。**國民中小學九年一貫課程綱要：數學學習領域**。作者。

【Ministry of Education. (2008). *Mathematics learning areas of general guidelines of grades 1-9 curriculum for elementary and junior high school education.* Author.】

國家教育研究院（2015）。**臺灣學生學習成就評量資料庫**。<http://tasal.naer.edu.tw/dsa/dsa>

【National Academy for Educational Research. (2015). *Taiwan Assessment of Student Achievement.* <http://tasal.naer.edu.tw/dsa/dsa>】

- 國家教育研究院 (2017)。**DSA國家教育研究院學生學習成就資料**。
<http://tasal.naer.edu.tw/dsa/dsa>
- 【National Academy for Educational Research. (2017). *Assessment data release of student achievement of national academy for educational research*. <http://tasal.naer.edu.tw/dsa/dsa>】
- 陳映涵、吳昭容、張凌嘉 (2022)。小學中、高年級學生一般詞彙知識與數學詞彙知識的預測：數學成就的學習路徑。**科學教育學刊**，**30**(2)，101-120。
- 【Chen, Y.-H., Wu, C.-J., & Chang, L.-C. (2022). Longitudinal prediction of general vocabulary and mathematics vocabulary among fourth and sixth graders: Pathways to mathematics achievement. *Contemporary Journal of Science Education*, *30*(2), 101-120.】
- 陳美芳、陳心怡 (2006a)。**國小中高年級學校能力測驗**。中國行為科學社。
- 【Chen, M.-F., & Chen, H. (2006a). *OLSAT8 4-6* (Otis-Lennon school ability test Chinese version). *Chinese Behavioral Science*.】
- 陳美芳、陳心怡 (2006b)。**國中學校能力測驗**。中國行為科學社。
- 【Chen, M.-F., & Chen, H. (2006b). *OLSAT8 7-8* (Otis-Lennon school ability test Chinese version). *Chinese Behavioral Science*.】
- 楊心怡 (未出版)。**數學運算能力測驗**。
- 【Yang, H.-I. (Unpublished). *Mathematical arithmetic ability test*.】
- Adams, T. L. (2003). Reading mathematics: More than words can say. *The Reading Teacher*, *56*(8), 786-795.
- Amen, J. (2006). Using math vocabulary building to increase problem solving abilities in a 5th grade classroom. *Math in the Middle Institute Partnership Heaton Action Research Project*. <http://www.digitalcommons.unl.edu/mathmidactionresearch/>
- Anderson, R. C., & Freebody, P. (1981). Vocabulary knowledge. In J.T. Guthrie (Ed.), *Comprehension and teaching: Research reviews* (pp. 77-117). International Reading Association.
- Cain, K., & Oakhill, J. (2011). Matthew effects in young readers: Reading

- comprehension and reading experience aid vocabulary development. *Journal of Learning Disabilities*, 44(5), 431-443.
- Carter, T. A., & Dean, E. O. (2006). Mathematics intervention for grades 5-11: Teaching mathematics, reading, or both? *Reading Psychology*, 27(2-3), 127-146.
- Chan, W. W. L., & Kwan, J. L. Y. (2021). Pathways to word problem solving: The mediating roles of schema construction and mathematical vocabulary. *Contemporary Educational Psychology*, 65, 101963.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral science* (2nd ed.). Laurence Erlbaum Associates.
- Duff, D., Tomblin, J. B., & Catts, H. (2015). The influence of reading on vocabulary growth: A case for a Matthew effect. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research*, 58(3), 853-864.
- Edwards, A. S. (1936). A mathematics vocabulary test and some results of an examination of university freshmen. *Journal of Educational Psychology*, 27(9), 694-697.
- Finkel, S. E. (1995). *Causal analysis with panel data*. Sage.
- Forsyth, S. R., & Powell, S. R. (2017). Differences in the mathematics-vocabulary knowledge of fifth-grade students with and without learning difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice*, 32(4), 231-245.
- Groth, R. E., Bergner, J. A., & Austin, J. W. (2020). Dimensions of learning probability vocabulary. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(1), 75-104.
- Hughes, E. M., Powell, S. R., & Lee, J.-Y. (2020). Development and psychometric report of a middle-school mathematics vocabulary measure. *Assessment for Effective Intervention*, 45(3), 226-234
- Kenny, D. A., Kaniskan, B., & McCoach, D. B. (2015). The performance of RMSEA in models with small degrees of freedom. *Sociological Methods & Research*, 44(3), 486-507.
- Kline, R. B. (2016). *Principles and practice of structural equation modeling* (4th ed.). Guilford Press.

- Kwok, M., Welder, R. M., Moore, J., & Williams, A. M. (2022). Beyond keywords: Applying systemic functional linguistics to unpack the language of additive word problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(Suppl 1), 163-186.
- Lin, X., Peng, P., & Zeng, J. (2021). Understanding the relation between mathematics vocabulary and mathematics performance: A meta-analysis. *The Elementary School Journal*, 121(3), 504-540.
- Lin, X., & Powell, S. R. (2022). The roles of initial mathematics, reading, and cognitive skills in subsequent mathematics performance: A meta-analytic structural equation modeling approach. *Review of Educational Research*, 92(2), 288-325.
- Monroe, E. E., & Panchyshyn, R. (1995). Vocabulary considerations for teaching mathematics. *Childhood Education*, 72(2), 80-83.
- Nation, I. S. (2001). *Learning vocabulary in another language*. Cambridge University Press.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Author.
- Österholm, M. (2006). Characterizing reading comprehension of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 325-346.
- Österholm, M., & Bergqvist, E. (2013). What is so special about mathematical texts? Analyses of common claims in research literature and of properties of textbooks. *ZDM*, 45(5), 751-763.
- Peng, P., & Lin, X. (2019). The relation between mathematics vocabulary and mathematics performance among fourth graders. *Learning and Individual Differences*, 69, 11-21.
- Pimm, D. (2019). *Routledge revivals: Speaking mathematically (1987): Communication in mathematics classrooms*. Routledge.
- Powell, S. R., & Nelson, G. (2017). An investigation of the mathematics-vocabulary knowledge of first-grade students. *The Elementary School Journal*, 117(4), 664-686.

- Powell, S. R., Bos, S. E., & Lin, X. (2021). The assessment of mathematics vocabulary in the elementary and middle school grades. In A. Fritz, E. Gürsoy, & E. Herzog (Eds.), *Diversity dimensions in mathematics and language learning* (pp. 313-330). De Gruyter.
- Powell, S. R., Driver, M. K., Roberts, G., & Fall, A. M. (2017). An analysis of the mathematics vocabulary knowledge of third-and fifth-grade students: Connections to general vocabulary and mathematics computation. *Learning and Individual Differences, 57*, 22-32.
- Purpura, D. J., & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly, 36*, 259-268.
- Quinn, J. M., Wagner, R. K., Petscher, Y., & Lopez, D. (2015). Developmental relations between vocabulary knowledge and reading comprehension: A latent change score modeling study. *Child Development, 86*(1), 159-175.
- Rezat, S., Malik, S., & Leifeld, M. (2022). Scaffolding close reading of mathematical text in pre-service primary teacher education at the tertiary level: Design and evaluation. *International Journal of Science and Mathematics Education, 20*(Suppl 1), 215-236.
- Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., & Fries, K. M. (2015). The language of mathematics: The importance of teaching and learning mathematical vocabulary. *Reading & Writing Quarterly, 31*(3), 235-252.
- Stanovich, K. E. (1986). Matthew effects in reading: Some consequences of individual differences in the acquisition of literacy. *Reading Research Quarterly, 21*(4), 360-407.
- Stevens, E. A., Leroux, A. J., Mowbray, M. H., & Lee, G. S. (2023). Evaluating the effects of adding explicit vocabulary instruction to a word-problem schema intervention. *Exceptional Children, 89*(3), 275-293.
- Suggate, S., Schaughency, E., McAnally, H., & Reese, E. (2018). From

- infancy to adolescence: The longitudinal links between vocabulary, early literacy skills, oral narrative, and reading comprehension. *Cognitive Development*, 47, 82-95.
- Tang, K. S., Lin, S. W., & Kaur, B. (2022). Mapping and extending the theoretical perspectives of reading in science and mathematics education research. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(Suppl 1), 1-15.
- Toll, S. W., & van Luit, J. E. (2014). The developmental relationship between language and low early numeracy skills throughout kindergarten. *Exceptional Children*, 81(1), 64-78.
- Ünal, Z. E., Powell, S. R., Özel, S., Scofield, J. E., & Geary, D. C. (2021). Mathematics vocabulary differentially predicts mathematics achievement in eighth grade higher-versus lower-achieving students: Comparisons across two countries. *Learning and Individual Differences*, 92, 102061.
- Usiskin, Z. (1996). Mathematics as a language. In P. C. Elliott & M. J. Kenney (Ed.), *Communications in mathematics, K-12 and beyond* (pp. 231-243). National Council of Teachers of Mathematics.
- Wanjiru, B., & O'Connor, M. (2015). Effects of mathematical vocabulary instruction on students' achievement in mathematics in secondary schools of Murang'a County, Kenya. *Journal of Education and Practice*, 6(18), 201-207.
- Zhang, H. S. (2020). Testing reciprocity between lexical knowledge and reading comprehension among Chinese children: A cross-lagged panel analysis. *European Journal of Psychology of Education*, 35, 911-930.

附錄一

國小生和國中生在各模式之適配度指標及其依變項的決定係數

模式名稱	對後期數學成就的預測路徑		對後期數學詞彙知識的預測路徑		延宕交互模式							
國小生或國中生	國小生	國中生	國小生	國中生	國小生	國中生						
智力有無控制	未控制	控制	未控制	控制	未控制	控制						
卡方 χ^2	17.56	4.38	32.77	11.81	4.85	.04	18.77	7.02	0.00	0.00	0.00	0.00
自由度 df	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
p 值	.00	.04	.00	.00	.03	.85	.00	.01				
CFI	.95	.99	.92	.98	.99	1	.95	.99	1.00	1.00	1.00	1.00
SRMR	.07	.02	.09	.03	.04	.00	.07	.03	0.00	0.00	0.00	0.00
決定係數 (R^2)												
前期數學詞彙知識	.30		.30	.30	.38	.44	.35	.41		.30		.30
前期數學成就	.38	.46	.35	.46	.32	.32	.37	.37		.32		.37
後期數學詞彙知識	.30	.48	.31	.44	.47	.53	.50	.53	.36	.49	.40	.47
後期數學成就	.42	.50	.48	.54	.30	.45	.33	.47	.32	.45	.39	.48

註：模式適配度CFI需大於.95；SRMR需小於.08。前期在國小生為四年級、國中生為六年級；後期在國小生為六年級、國中生為八年級。

附錄二

控制智力時，對後期數學成就的預測路徑分析的估計值

國小生或國中生	國小生				國中生			
	標準化		未標準		標準化		未標準	
	估計值	估計值	標準誤	<i>p</i> 值	估計值	估計值	標準誤	<i>p</i> 值
智力的影響								
智力→前期數學詞彙知識	.55	.03	.00	.00	.55	.02	.00	.00
智力→前期級數學成就	.32	.02	.00	.00	.40	.02	.00	.00
智力→後期數學詞彙知識	.50	.02	.00	.00	.43	.02	.00	.00
智力→後期數學成就	.33	.03	.01	.00	.28	.02	.00	.00
同變項間的影響（自我迴歸）								
前期數學詞彙知識→後期數學詞彙知識	.28	.27	.06	.00	.32	.33	.06	.00
前期數學成就→後期數學成就	.23	.29	.09	.00	.16	.20	.08	.01
不同變項間的影響								
同時期								
前期數學詞彙知識→前期數學成就	.44	.59	.08	.00	.37	.42	.07	.00
後期數學詞彙知識→後期數學成就	.31	.54	.12	.00	.37	.51	.08	.00
不同時期								
前期數學詞彙知識→後期數學成就								
直接效果	-.05	-.09	.12	.44	.08	.12	.09	.19
間接效果	.19	.32	.07	.00	.17	.25	.05	.00
透過前期數學成就	.10	.17	.06	.00	.06	.08	.04	.02
透過後期數學詞彙知識	.09	.15	.05	.00	.12	.17	.04	.00
整體效果	.14	.23	.11	.04	.25	.37	.09	.00

註：前期在國小生為四年級、國中生為六年級；後期在國小生為六年級、國中生為八年級。

附錄三

控制智力時，對後期數學詞彙知識的預測路徑分析的估計值

參數	國小生				國中生			
	標準化		未標準		標準化		未標準	
	估計值	估計值	標準誤	p值	估計值	估計值	標準誤	p值
智力的影響								
智力→前期數學詞彙知識	.29	.01	.00	.00	.30	.01	.00	.00
智力→前期級數學成就	.56	.03	.00	.00	.61	.03	.00	.00
智力→後期數學詞彙知識	.32	.01	.00	.00	.19	.01	.00	.00
智力→後期數學成就	.48	.04	.01	.00	.45	.03	.00	.00
同變項間的影響（自我迴歸）								
前期數學詞彙知識→後期數學詞彙知識	.21	.21	.06	.00	.18	.18	.06	.00
前期數學成就→後期數學成就	.28	.36	.08	.00	.31	.39	.08	.00
不同變項間的影響								
同時期								
前期數學成就→前期數學詞彙知識	.46	.35	.05	.00	.30	.36	.06	.00
後期數學成就→後期數學詞彙知識	.29	.17	.04	.00	.37	.26	.04	.00
不同時期								
前期數學成就→後期數學詞彙知識								
直接效果	.06	.05	.05	.34	.14	.13	.06	.03
間接效果	.18	.13	.03	.00	.19	.17	.04	.00
透過前期數學詞彙知識	.10	.07	.02	.00	.07	.07	.02	.01
透過後期數學成就	.08	.06	.02	.00	.11	.10	.03	.00
整體效果	.24	.18	.05	.00	.33	.30	.06	.00

註：前期在國小生為四年級、國中生為六年級；後期在國小生為六年級、國中生為八年級。

附錄四

控制智力時，延宕交互模式的估計值

參數	國小生				國中生			
	標準化		未標準		標準化		未標準	
	估計值	估計值	標準誤	<i>p</i> 值	估計值	估計值	標準誤	<i>p</i> 值
智力的影響								
智力→前期數學詞彙知識	.55	.03	.00	.00	.55	.02	.00	.00
智力→前期級數學成就	.56	.03	.00	.00	.61	.03	.00	.00
智力→後期數學詞彙知識	.45	.02	.00	.00	.34	.01	.00	.00
智力→後期數學成就	.47	.04	.01	.00	.40	.02	.00	.00
同變項間的影響（自我迴歸）								
前期數學詞彙知識→後期數學詞彙知識	.22	.21	.07	.00	.24	.25	.07	.00
前期數學成就→後期數學成就	.28	.36	.09	.00	.24	.31	.08	.00
不同變項間的影響								
不同時期								
前期數學成就→後期數學詞彙知識	.14	.11	.05	.04	.23	.21	.06	.00
前期數學詞彙知識→後期數學成就	.01	.02	.12	.85	.17	.24	.09	.01
同時期（共變）								
前期數學成就↔前期數學詞彙知識	.45	.16	.03	.00	.39	.13	.02	.00
後期數學成就↔後期數學詞彙知識	.30	.11	.03	.00	.37	.14	.03	.00

註：前期在國小生為四年級、國中生為六年級；後期在國小生為六年級、國中生為八年級。

Reciprocal Effects of Mathematics Vocabulary Knowledge and Mathematics Achievement Among Elementary and Middle School Students

*Chao-Jung Wu **Ling-Chia Chang
***Kuang-Min Cheng

Abstract

Research Purpose

This study aimed to analyze the reciprocal relationship between mathematics vocabulary knowledge and achievement, and identify their similarities and differences among elementary and middle school students through a theoretical perspective on the causal relationship between mathematics abilities and the development of knowledge networks. It also aimed to provide suggestions for enhancing mathematics instruction.

Research Design/Method/Approach

This study sampled 200 elementary and 231 middle school students, measuring their mathematical vocabulary knowledge and mathematical achievement twice over two school years. After controlling intelligence, predicted path analysis models and cross-lagged effect models were used to explore the reciprocal effects.

Research Findings or Conclusions

The predicted path analysis and cross-lagged effect model showed

a good pattern fit, and indicating that each model had approximately 50% explanatory power for later mathematics vocabulary knowledge or achievement. The results showed that: (a) The prediction patterns of elementary and middle school students' prior mathematics vocabulary knowledge on their later mathematics achievement were similar. The total and indirect effects of delayed predictions were significant, but the direct effects were not. (b) The prediction patterns of elementary and middle school students' prior mathematics achievements regarding their later mathematics vocabulary knowledge were different. The total and indirect effects were significant for both groups; however the direct effects were significant only for middle school students. (c) The prediction patterns of the cross-lagged model differed between the groups. Only mathematics achievement significantly predicted later mathematics vocabulary knowledge among elementary school students, whereas both variables predicted their later counterparts among middle school students with significant cross-lagged effects. (d) In both groups, mathematics vocabulary knowledge was a weak predictor of mathematics achievement. Delayed effects in the cross-lagged effect model were observed only among middle school students. Mathematics achievement was a strong predictor of mathematics vocabulary knowledge. Besides influencing the cross-lagged effect model of elementary school students, it also had a significant influence on various models of middle school students.

Research Originality/Value

There is a growing body of international research exploring the relationship between mathematics vocabulary knowledge and other mathematical skills, most of which are cross-sectional and do not necessarily control for intelligence. Considering intelligence factors, this study explains the reciprocal relationship between mathematics vocabulary knowledge and achievement in elementary and middle school students using data collected

across two school years from the perspective of developing a mathematics vocabulary knowledge network.

Educational Policy Recommendations and Applications

Mathematics vocabulary knowledge had an indirect effect on mathematics achievement after two years of school, and this prediction was stronger at the middle school level than at the elementary school level. We was recommended that mathematics vocabulary instruction programs be developed and provided to students with low mathematics achievement alongside extra instruction to provide examples, explanations, and clarifications when students acquire new mathematics vocabulary.

Keywords: cross-lagged effect, predicted path, mathematics achievement, mathematics vocabulary knowledge



DOI : 10.6869/THJER.202312_40(2).0002

Received: August 14, 2023; Modified: January 29, 2024; Accepted: February 5, 2024

* Chao-Jung Wu, Professor, Department of Educational Psychology and Counseling, National Taiwan Normal University

** Ling-Chia Chang, Postdoctoral Fellow, Department of Educational Psychology and Counseling, National Taiwan Normal University

*** Kuang-Min Cheng (corresponding author), Ph. D. Student, Department of Educational Psychology and Counseling, National Taiwan Normal University, E-mail: Kuangmin2006@gmail.com

