

國小四年級學生在 1991 年 IEAP 評量工具的 數學成就表現

林碧珍、蔡文煥

摘 要

本研究利用 1991 年 IEAP 國際評量工具，來瞭解 2003 年國小四年級學生的數學成就表現。以分層隨機抽樣 50 個學校，1646 位的四年級學生。工具包含 62 題的數學成就測驗及 17 個學習環境的問卷題目。研究發現：（一）學生的數學成就平均通過率為 78.8 %，比 1991 年增加了 10.8 %。（二）學生在概念性理解的表現最好，而 1991 年的學生在程序性知識的試題表現最好，而且學生在概念性理解和解題的試題表現，比在程序性知識的試題表現進步的幅度大。（三）父母的期望與關心、對數學自信心、課堂有小組討論及獨自解題的機會，與數學成就成正相關，但是補習、父母過度協助孩子完成作業，並無助於提升學生的數學成就。

關鍵字：IEAP；國小四年級；數學成就表現

投稿日期：2005 年 12 月 01 日，2006 年 5 月 3 日通過採用。

林碧珍，國立新竹教育大學應用數學系教授，Email: linpj@mail.nhcue.edu.tw

蔡文煥，國立新竹教育大學應用數學系副教授，Email: tsai@mail.nhcue.edu.tw

國小四年級學生在 1991 年 IAEP 評量工具的 數學成就表現

緒 論

近三十年來，台灣國小數學教育歷經了四波的數學課程改革，從六十四年版的數學課程、八十二年版的數學課程、民國八十八年頒佈的九年一貫課程暫行綱要、到民國九十三年頒佈的九年一貫課程正式綱要。由此可見，近十年來課程改革的急速，在短短十年，已歷經了三波的課程改革；而且，數學課程改革的焦點，也從六十四年版課程強調數學知識的傳授及計算能力的培養，轉移到八十二年版課程的進一步強調數學的溝通、解題、推理、連結能力的培養。尤其在九年一貫課程暫行綱要中，更是將改革的重心放在數學能力的培養，重視學生概念性的理解，而非熟記計算規則。

由於課程急速改變及改革的焦點不斷的改變，讓現場教師應接不暇，也引起家長的恐慌，因而在這三年來，數學專家學者、社會大眾、數學教師以及家長，對數學課程改革付諸高度的關注。於是，部分反對數學課程改革的人士對於近十年來數學課程改革的成效，不斷的在報章雜誌、網路等媒體提出質疑與不滿，例如：受到建構主義衝擊下的數學課程改革，擔憂課程改革之下學生的基本計算能力退步了，質疑學生的數學能力是否如數學意圖課程所言提升了？擔心學生學習的數學內容是否太淺顯？擔憂國家的競爭力是否下降了？

數學課程歷經了超過十年歲月的改革，也正是評估改革成效的時機了。為了瞭解改革成效，最需要的是能找到一個能追蹤調查的評量工具或進行一個國家型的大型調查研究。以後者而言，我國正好在民國八十九年即已加入第三次的數學和科學教育成就趨勢調查（Trends in Mathematics and Science Study，簡稱 TIMSS 2003）國際比較研究的準備工作，於民國九十一年進行試測，民國九十二年進行正式施測。雖然台灣國小四年級學生是第一次參加該項測驗，沒有過去的資料作為對照比較，但該項調查卻可作為本研究調查資料的外在效度。以前者而言，為了能找到一個可以追蹤調查國小學生的數學評量工具的大型調查研究，國科會科教處特別委託台灣師範大學數學系洪萬生教授結合新竹師範學院數學教育系（今改為新竹教育大學應用數學系）組成研究小組，共同調查全國國中二年級及小學四年級學生的數學成就測驗。這個全國性測驗的研究過程，完全複製我國在 1991-1992 年參加美國教育測驗社（Educational Testing Service，簡稱 ETS）所舉辦的第二次國際數學及科學教育評鑑（International Assessment of Educational Progress, 簡稱 IAEP，1991）的研究過程。

本研究重新施測十年前的題目，其目的旨在比較 2003 年與 1991 年的數學成就表現之差異。因為 1991 年的國小四年級學生使用強調計算能力的六十四年版數學課程，而 2003 年的國小四年級學生在前三年是使用八十二年的課程，而四年級時是使用九年一貫課程，兩者都強調高層次思考的數學能力。經由此次測驗結果，將針對教改前後之國小四年級學生的數學成就進行客觀的比較，以作為我國九年一貫課程數學領域綱要修訂的參考，並作為未來數學教育改革的方針。本研究的另一目的，是企圖瞭解數學教育改革十年後的今天，社會快速的變遷，台灣的社會結構作了何種改變，例如，家庭結構及學校環境的改變，如何改變學生的學習環境？這些學習環境的改變與學生數學成就表現的相關性如何？

一、1991 年的 IEAP 評量

最近十年來，台灣學生所參與的國際性大型的數學成就評量，其中一項測驗是 1991-1992 年由 ETS 所舉辦的第二次國際數學及科學教育評鑑（IEAP，1991）。全世界有 20 個國家參加國中二年級及 14 個國家參加國小四年級的數學成就評量。雖然台灣的國中二年級及國小四年級學生都參與了 1991 年 IEAP 的成就評量，但是，本文僅針對國小四年級的數學成就評量的資料進行分析。

國小四年級的評量工具包含五個部分，前四個部分是數學內容，第五部分是學生的學習態度、家庭背景和學校的相關經驗，此部分是用來說明教育和文化背景與學生數學成就表現的相關因素。前面四個部分，共有 62 個試題，每一部份各施測 15 分鐘。IEAP 試題的數學內容分為數（32 題）、測量（9 題）、幾何（6 題）、統計（8 題）、代數（7 題），這五個主題的百分比各為 52 %、15 %、10 %、12 %、12 %。除了數學內容之外，IEAP 也要評量學生的認知過程，認知過程包含：概念性理解（25 題）、程序性理解（22 題）、及解題（15 題）三項內容，其百分比各為 40 %、35 %、25 %。在題型上，62 題中選擇題共有 45 題，佔全部試題的 75 %，而填充題共有 17 題，佔全部試題的 25 %，填充題分布在上述四部分的試題數分別為 6 題、1 題、4 題、6 題。研究結果發現，台灣國小四年級的平均通過率為 68 %，僅次於韓國及匈牙利、在十四個國家中居第三名，不過我國平均通過率仍高於十四個國家的總平均通過率 63 %。將參與 1991 年 IEAP 的十四個國家與台灣在五個數學主題及三項認知過程的平均通過率整理為表 1-1。

從表 1-1 的數據顯示，我國在數學內容及認知過程兩項內容的平均通過率，皆高於國際平均通過率。如從概念理解、程序性理解、解題三種數學認知過程進行比較，幾乎所有參與數學成就評量的十四個國家，在每種認知過程都跟整體的表現類似，只有我國的學生在程序性理解的平均通過率，高於國際的平均通過率，但是，解題的平均通過率則低於國際平均通過率（Lapointe et al., 1992）。

表 1-1 1991 年 IAEP 國際與台灣學生在數學內容及認知過程平均通過率比較

主 題 國 家	數學內容					認知過程		
	數與計算	測量	幾何	統計	代數	概念性理解	程序性理解	解題
國際	58 %	63 %	60 %	64 %	59 %	60 %	61 %	59 %
台灣	68 %	68 %	69 %	73 %	62 %	64 %	76 %	57 %

二、TIMSS 2003

TIMSS 2003 是國際教育成就調查委員會（The International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 簡稱 IEA）自 1995 年以來每四年一次，第三次的數學和科學教育成就趨勢調查（Trends in Mathematics and Science Study，簡稱 TIMSS）。其目的在於長期追蹤學生在數學與科學成就的表現，並瞭解各參與國家的教育改革、課程改革、及社會變遷的學習環境及改進措施的成效為何，以做為各國教育改革的方針。我國國中二年級學生自 1999 年開始加入，並於 2003 年繼續加入，而國小四年級學生於 2003 年開始加入 TIMSS 的研究，參加試測（field test）的小學部分共有 23 個國家，而正式施測（Main survey）的小學共有 25 個國家參加（其中的兩個國家由於沒有符合測驗總部的研究要求，而不併入成績計算）。

「國際數學與科學教育成就趨勢調查 2003」研究計畫，是由國科會和教育部共同資助經費的四年期專題研究計畫，由當時擔任國立台灣師範大學理學院院長張秋男教授主持，結合國立台灣師範大學理學院各系、科教所、科教中心，以及新竹師範學院（今升格為國立新竹教育大學）和台北市立師範學院（今升格為台北市立教育大學）的教授共同組成研究團隊（張秋男，2005）。TIMSS 2003 試測已於 2002 年的四月舉行，受測的準備工作與流程，完全遵守國際測驗中心的統一嚴謹監管。雖然試測的目的是讓新加入的參與國家熟悉研究內容及研究流程，但是由於我國參加試測的國小四年級學生，與 2003 年接受正式施測的國小四年級學生，在數學課程使用的背景上有很大的不同，亦即：2002 年的國小四年級學生四年來，都是使用八十二年的數學課程標準，而正式施測 2003 年的國小四年級學生是前三年使用八十二年的數學課程標準，但升上四年級才更換為九年一貫課程數學領域暫行綱要。因此，我們也對台灣國小四年級學生在 TIMSS 2003 試測的數學成就表現，作了詳細的資料分析（林碧珍、蔡文煥，2003a；2003b）。

正如前述 TIMSS 2003 試測已於 2002 年的四月舉行。首先，調查台灣全國九十學年度公私立國民小學各校四年級的班級數、班級名稱、以及各班學生人數。其次，將全國公私立國民小學編碼，送至國際測驗總部抽樣，共計抽出試測學生之小學 25 所，共有 50 班，1601 名學生參加測驗。國立台灣師範大學科教中心依國際測驗中心規定之抽樣方法，依國小四年級班級數與學生人數，分別抽出一至三班作為試測的樣本。至於 TIMSS 2003 的正式施測，

則已於2003年的五月底六月初舉行，國小抽測150所學校，每校一班，共計4661位學生參加施測。

TIMSS 2003的試測與正式施測試題編製架構，皆採用了TIMSS 2003的試題評量架構與細目（TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003, Mullis et al., 2003）。此架構包含了數學內容領域和認知領域兩個向度。試測之數學內容領域包含：數、代數、測量、幾何、資料，其所佔份量的百分比各為37%，24%，17%，7%，15%；認知領域包括：知道數學的事實和過程、使用概念、解例行性問題、和推理，其所佔的百分比各為26%，18%，38%，18%。而TIMSS 2003的正式施測試題在數、測量、幾何、代數、和資料所佔百分比各為40%，20%，15%，11%，15%，在知道事實和過程、使用概念、解例行性問題所佔百分比各為23%，24%，36%，18%。今將1991年的IAEP和TIMSS 2003的試測試題及正式施測試題在數學內容和認知過程作對照，整理成表1-2。

由表1-2的數據顯示，從1991年IAEP到TIMSS 2003試測及正式施測試題，在評量的內容上有了如下的改變：幾何、測量、及代數的份量有逐漸增加的趨勢；但是，數所佔的份量則逐漸減少；TIMSS 2003的試題在認知過程比1991年IAEP增加了推理能力項目的評量。1991年IAEP的試題在數學內容所佔的實際百分比，由高而低為數、測量、資料統計、代數、及幾何；TIMSS 2003試測及正式施測試題在數學內容所佔的實際百分比，由高而低為數、測量、代數和幾何、及統計。由此可見，數和測量在國際性評量所佔的比例，一直是高居前兩位，至於代數則越來越受到重視。

表1-2 1991年IAEP和TIMSS 2003試測試題在各主題百分比之比較

主 題 評 量 規 模 分 比		數學內容領域					數學認知領域				合 計
		數	測量	幾何	統計	代數	概念性 理解	程序性 理解	解題	推理	題 數
1991 IAEP	百分比 (題數)	52% (32)	15% (9)	10% (6)	11% (6)	13% (8)	40% (25)	35% (22)	25% (14)	--	61
TIMSS 2003 試測	百分比 (題數)	37% (85)	24% (55)	17% (39)	7% (17)	15% (33)	26% (60)	18% (41)	38% (86)	18% (42)	229
TIMSS 2003 正式施測	百分比 (題數)	40% (63)	20% (33)	15% (24)	11% (17)	15% (24)	23% (38)	24% (37)	36% (60)	18% (26)	161

1991年IAEP試題在認知過程所佔的實際百分比，由高而低分別為概念性理解、程序性理解、及解題；但是，TIMSS 2003試測及正式施測試題在認知過程所佔的實際百分比，由高而低依序為解題、概念性理解和程序性理解、及推理；由此可知，十年前的評量重視的是學生的程序性理解，如基本的四則計算，但是，當今的評量，則逐漸重視學生的解題及推理等高層次的認知思考。

TIMSS 2003的試測及正式施測，除了調查學生的數學成就表現之外，還調查了影響學生數學成就的可能因素：學生個人背景、課程、教師、家庭及學校提供的學習環境因素、以及數學課室內的教學因素。

TIMSS 2003試測及正式施測樣本都由國際測驗總部進行抽樣，試測抽出25所小學共50班，合計1601名學生參加；而正式施測參加的樣本學校為150所，每校抽出一個班級，合計4661名學生參加。

根據施測的結果分析發現：台灣學生的數學成就測驗總平均通過率為52.3%。在數學內容的表現由高至低為數、幾何、資料、代數、測量，平均通過率分別為55.8%、54.1%、52.5%、48.6%、48.0%。在數方面，我國四年級學生在加、減、乘、除，直式問題的平均答對率約各為90%、85%、90%、83%。除了代數，台灣學生在數、幾何、資料、代數、測量的平均通過率，皆高於國際學生的平均表現。在認知過程方面，我國學生的表現皆優於國際學生的表現，由高至低為概念性理解、程序性理解、解題、及推理，平均通過率分別為65.1%、61.2%、54.4%及43.3%（林碧珍、蔡文煥，2003a）。

根據正式施測的結果發現：台灣的整體表現排名全世界第四名，與第三名的日本並無顯著性的差異，但與排名第一的新加坡、及第二名的香港，則有顯著性的差異。雖然國際排名第四，但台灣學生的數學成就表現分佈圖接近於均稱的常態分配，並無雙峰的現象產生。台灣學生在五個主題的表現上，以幾何的表現最劣，有73%的幾何試題不包含在台灣數學課程內。由此可見，台灣的幾何課程比國際間的幾何課程進度較為緩慢（林碧珍、蔡文煥，2005）。

雖然台灣的數學成就表現優於國際平均表現，但是，研究發現只有41%的學生對學習數學有信心，反低於國際平均百分比（55%）；同樣地，台灣只有31%的學生喜歡數學，也低於國際平均百分比（50%）。這樣的現象不只發生於台灣，也普遍發生於國際領先群的國家，如香港和日本。整體以國際平均而言，男女生在數學成就表現並無顯著性差異（林碧珍、蔡文煥，2005）。

研究方法

本研究所指的2003年國小四年級全國性數學成就測驗，是由國科會資助的「九十一學年度國二、小四暨九十二學年度國二數學成就測驗計畫（NSC 92-2521 -S- 003-004-）研究計畫，在計畫中所蒐集的國小四年級學生的數學成就測驗。本研究計畫由洪萬生教授主持及八位共同主持人組成了一個研究團隊，共同執行研究工作，本文之兩位作者是本研究計畫之共同主持人，負責國小四年級學生的數學成就測驗資料的蒐集。本文所使用的資料是取自國小四年級學生數學成就評量的相關內容。

一、研究設計與實施

（一）研究樣本

本研究的研究設計與實施儘量遵照1991-1992年期間所實施的研究過程（Lapointe et al., 1992）為原則，樣本以班級為抽測單位，以全國小學四年級學生為母群體，依六個地區（台北市、高雄市、北區、中南區、東區、偏遠地區）進行分層隨機抽樣，總共抽出樣本1646人，其中男生855人、女生791人。

（二）測驗工具

1、數學成就測驗

本測驗工具「九十一學年度國小四年級數學成就測驗」，是採用1991-1992年由ETS所舉辦的第二次國際數學及科學教育評鑑（IAEP）的評量測驗工具。這份評量工具包含五個部分，前面四個部分在於評量學生的數學成就，第五個部分在於瞭解學生的家庭背景和學校的相關經驗，是用來說明與學生數學成就表現的相關因素。前面四部分的試題有62題，這些試題是依據試題編製架構而設計的。在IAEP研究報告（Lapointe et al., 1992）的附錄頁中，已將每個題目依數學內容和認知過程作分類。但為了求正確性，再由兩位共同主持人根據試題雙向細目表，針對每個題目逐一進行檢核，將數學內容分為數、測量、幾何、統計、代數；認知過程的試題分為概念性理解、程序性理解、解題三類。各試題所對應的數學內容及認知過程整理為表2-1。

本測驗工具第五部分是有關學生背景及學習環境的問卷，問卷題目由原先的13題改增為17題，多了四題有關學生在家裡的情形：瞭解學生每天上網的時間、放學後補習數學的時間、家人協助學生做數學作業的情形、家人關心學生在學校學習數學的情形。

本研究完全採用1991年IAEP已檢驗過信效度及鑑別度的測驗工具。IAEP為了提高工具施測的信度，將測驗題本分為灰色和棕色兩種，兩種題本的內容完全一樣，只是題目呈現

順序不同，其中灰色題本的第三和第四部分的試題正好是棕色題本的第一和第二部分。設計兩種題本的另一個目的是，爲了避免學生持久力的干擾因素，而影響學生在後面試題的解題表現。每部分的試題內容也分別以封條封住，以避免學生提早作答。

本研究小組爲了提高施測者的信度，在編製監試人員手冊之前，選取兩班預試，以瞭解施測的流程及試題內容的適切性。爲了能與1991年施測的結果進行比較，試題的語詞敘述盡量不作更改。從預試中以瞭解實際評量需要的時間長短以及有關學生施測的相關問題，例如：如何有效的撕掉封條；問卷試題內容的澄清等。

表 2-1 試題編製雙向細目表

認知過程 數學內容 題號	概念性理解	程序性知識	解題	合計
數	1-3 1-4 1-15 2-1 2-7 2-11 3-8 3-15 4-15 1-12	1-1 1-8 1-16 2-5 3-4 3-7 3-9 3-13 3-14 3-16 4-2 4-10	2-2 2-8 2-10 4-3 4-8 4-11 4-12 2-12 2-13 2-3	32 (52 %)
測量	1-6 3-5 4-7	1-2 1-14 4-13 4-14 3-6	1-9	9 (15 %)
幾何	1-10 3-1 4-16 2-14 4-1		3-11	6 (10 %)
統計	2-9 3-2 3-3 4-4	1-7 4-5 4-6	2-6	8 (12 %)
代數	1-11 1-5 3-12	3-10 4-9	1-13 2-4	7 (12 %)
合計	25 (40%)	22 (35%)	15 (25%)	62 (100 %)

*1-3：第一部分之第3題。

題本在四個部分內容，分別包含16題、14題、16題、16題，題型包含選擇題45題及填充題17題。填充題分佈在四個部分的題數分別爲6、1、4、6題。其中，有14個試題，也出現在國二的測驗題本，是國小四年級和國中二年級共同的題目，其目的是想瞭解國二與小四學生在這些相同題目的數學成就表現的差異。

2、學習環境問卷

由於國小四年級學生比較難以瞭解問卷上的題目內容，並且難以區分選項之間程度的不

同。基於此，在評量題本的第五部分，只包含十七個有關學生與學校學習環境的問卷項目。以下十七個問卷項目分別依家庭篇、學校篇和學生篇三大類進行統計分析及考驗其顯著性。

家庭篇：在於瞭解學生的家庭基本背景，共包含七個項目，其內容包含家中使用的語言、家中成員、家中藏書量、家庭作業的指導、補習問題、及父母對自己的期望。

學校篇：在於瞭解學生的學校學習環境，共包含五個項目，其內容包含每天完成學校功課的時間、及每週做數學作業的時間、在學校做數學習題的頻率、在課堂中進行小組討論及使用教具的情況。

學生篇：在於瞭解學生本身進行與數學相關的活動，包含五個項目，其內容包含上網時間、看電視時間、閱讀課外書的時間、對自己的數學學習的自信心、和對男女生容易學好數學的看法。

（三）監視人員手冊

本研究受測的每個班級，是該班導師及另外一位教師共同監考。監考時監視人員被要求遵照監視人員手冊的測驗指導語進行施測。監視人員手冊的內容，依據測驗前、測驗中、測驗後三個流程，詳述應注意的事項。各校施測的日期在五月底至六月中完成，施測時間由各校決定，但是，每部分的測驗時間及休息時間，均需完全依照監視人員手冊所規定的執行。小四的數學成就測驗需在九十分鐘內完成所有的施測工作，其中包括前四部分的施測時間各為15分鐘，問卷填答的時間不限制（最好不超過15分鐘），第二與第三部分之間休息10分鐘，第一與第二部分之間和第三與第四部分之間均暫停2分鐘，以示區隔各部分的作答。

（四）信效度的檢驗

數學成就評量工具是本研究的主要研究工具，在信度與效度上已透過國際測驗中心的統計考驗。雖然2003年的試題題幹及語句盡量保留與1991年的試題相同，但由於第五部分的問卷增加了四題，爲了提高測驗工具的信度及掌握施測的時間長短與實施程序，本研究小學部分選取了兩班進行預試，預試的所得的Cronbach α 係數爲0.91。

有關施測者的信度，爲了檢驗學生的數學成就表現是否因爲受到施測者介入太多而影響，因此，在間隔一個暑假之後，同年的九月初開學第一週學生尚未學習新的教材內容之前，再度依據監視人員手冊，進行施測人員的訓練，進行抽樣九個學校共276位學生，其中男生140位，女生136位。結果發現這次的平均通過率爲77.9%，與正式施測的通過率爲78.7%互相比較之下，僅相差些微。因此，學生的數學成就評量表現，可以排除施測者的介入所可能造成的影響。

二、資料的處理與分析

本研究工具蒐集兩種資料：數學成就測驗和學生的學習環境問卷。數學成就表現是依據

學生在第一部分到第四部分合計 62 題的總分，不管是填充題或選擇題，每題一分，合計 62 分。爲了要看學生的答題類型，選擇題輸入各個選項類型，填充題則先以質性資料編碼，再將名義變數轉爲數字變數以便算總分。由於測驗工具的項目分析表中每一個細格的題數不相等，也就是在數、實測、幾何、統計、代數等各主題的題數不相等，因此，採用各題的平均通過率以進行比較，資料分析結果，將呈現於本文第參節的第一部分。

學生的學習環境，是數學成就表現的自變項，本研究以單因子變異數分析，考驗每一個自變項在數學成就表現之差異性分析。資料分析結果將呈現於本文第參節的第二部分。

研究結果與分析

一、學生在數學成就測驗之表現

（一）學生在數學內容之成就表現

從表 3-1 的數據得知，學生在數、實測、幾何、統計、代數五個主題的平均通過率，分別爲 77.3 %、79.1 %、81.2 %、83.8 %、79.1 %，相對於 1991 年 IAEP 的各主題平均通過率，分別爲 67.1 %、69.3 %、69.2 %、72.8 %、64.2 %。

表 3-1 學生在各主題之平均答對率比較

各主題 統計量 題數	數學內容					認知過程		
	數	實測	幾何	統計	代數	概念性理解	程序性理解	解題
	32	9	6	8	7	25	22	15
2003 年平均 答對率 (標準差)	77.3 (0.4)	79.1 (0.5)	81.2 (0.5)	83.8 (0.4)	79.1 (0.5)	83.7 (0.4)	81.7 (0.4)	67.2 (0.5)
1991 年平均 答對率 (標準差)	67.1 (0.8)	69.3 (0.8)	69.2 (0.8)	72.8 (0.8)	64.2 (0.8)	68.5 (0.8)	76.1 (0.8)	55.7 (0.8)

若以 1991 年 IAEP 的成就測驗作爲參照點，2003 年的學生在各主題之平均通過率，比十年前的學生在各主題之平均通過率，分別高出 10 % 以上，2003 年的學生在數學內容上的表現，有明顯的進步。

（二）學生在認知過程之表現

由表 3-1 得知，2003 年的學生在認知過程表現，由優到劣的順序爲概念性理解、程序性理解、及解題；學生在解題的表現，比在概念性理解及程序性理解的試題表現較差。而 1991 年的學生表現的順序爲：程序性理解、概念性理解、到解題。當與十年前的 1991 年

IAEP 測驗比較，2003 年的學生在概念性理解和解題的試題的平均通過率，分別高出 15 % 和 12 %，而在程序性理解的試題之平均通過率高出 6 %。也就是，若以 1991 年 IAEP 的成就測驗作為參照點，2003 年的學生在認知過程的表現上，有明顯的進步；而且 2003 年的學生在概念性理解及解題的表現，進步的幅度都比程序性理解大。

2003 年的學生在概念性理解與程序性理解的試題表現（83.7 %，81.7 %），都比整體表現的平均通過率高（78.8 %），但在解題的表現（67.2 %）卻比整體表現差，這樣的結果和 1991 年的學生表現相類似。所不同的是，1991 年的學生在程序性理解的試題之平均通過率為 76.1 %，比在概念性理解與解題的平均通過率（68.5 %、55.7 %）都高出 12 % 以上。2003 年的學生在概念性理解的表現，比程序性理解的表現好，在程序性理解試題的平均通過率為 81.7 %，概念性理解的平均通過率為 83.7 %。由此可見，最近十年來的數學教育改革，身處於這樣改革環境下的學生解概念性理解的試題之表現，優於解計算規則的試題。數學課程改革，確實提升了學生的概念性理解。

（三）高低分組學生在數學內容及認知過程之表現

1、高分組與低分組學生在數學內容之差異比較

表 3-2 高分組與低分組學生在各主題與數學認知過程表現之比較

百分位數 統計量	低分組（5%）			高分組（95%）		
	人數（%）	平均數	標準差	人數（%）	平均數	標準差
平均數（標準差）						
數（32 題） 24.74（10.19）	74 （4.5 %）	8.38	3.50	178 （10.8 %）	31.34	0.43
測量（9 題） 7.2（1.73）	62 （3.8 %）	2.24	1.05	390 （23.7 %）	9.00	0.48
幾何（6 題） 4.87（1.14）	68 （4.1 %）	1.54	0.66	559 （34.0 %）	6.00	0.00
統計（8 題） 67.0（1.34）	45 （2.7 %）	2.02	1.12	526 （32 %）	8.00	0.00
代數（7 題） 5.5（1.43）	62 （3.8 %）	1.42	0.71	481 （29.2 %）	7.00	0.00
全部（62 題） 48.98（10.19）	85 （5.2 %）	20.35	7.56	77 （4.7 %）	61.25	0.43
概念性理解（25 題） 20.92（3.81）	77 （4.7 %）	9.48	3.56	195 （11.8 %）	25.00	0.00
程序性理解（22 題） 17.98（3.93）	79 （4.8 %）	6.05	2.75	201 （12.2 %）	22	0.00
解題（15 題） 10.08（3.17）	59 （3.6 %）	2.24	1.01	226 （13.7 %）	14.34	0.47

從表 3-2 數據得知，在五個數學內容主題的表現中，在幾何的高分組學生人數佔最多，達到總人數的 34 %；在數與計算主題為最少，佔總人數的 10.8 %。高分群組的學生答對所有有關幾何、統計、代數的試題。

2、高分組與低分組學生在認知領域表現之差異比較

從表 3-2 之數據得知，學生在這次的測驗中，從認知過程而言，有較多的高分組學生會做高層次思考的解題類型題目，會做解題認知思考題目的低分組學生也相對的減少，高分群組的學生答對所有有關概念性和程序性理解兩種類型的題目。

（四）學生在各試題的平均答對率

從表 3-3 各題的平均答對率得知，學生在第一部份試題的答對率最高，在第二部份試題答對率最低。第二部分的題目與國中二年級的試題相同，小四與國二學生的成就表現之差異，將於下節中作分析比較。

在全部 62 題中，有十個題目是不到 60% 的學生可以正確解答，這十個題目是 2-03,2-04,2-08,2-09,2-13,2-14,4-11,3-11,4-12,4-14。其中 5 題是數、1 題是實測、2 題是幾何、1 題是統計、1 題是代數。從統計資料中，我們發現其中的七個題目都是屬於較高層次的解題認知類型。

表 3-3 學生在各試題平均答對率

題號	1_01	1_02	1_03	1_04	1_05	1_06	1_07	1_08	1_09	1_10	1_11	1_12	1_13	1_14	1_15	1_16
%	96.2	92.6	87.7	93.2	96.2	97.5	87.3	96.4	94.1	93.7	77.9	88.6	93.5	73.9	81.5	83.0
題號	2_01	2_02	2_03	2_04	2_05	2_06	2_07	2_08	2_09	2_10	2_11	2_12	2_13	2_14		
%	71.6	67.7	54.3	52.3	80.2	69.0	76.9	44.4	55.3	59.6	91.6	74.0	52.8	50.0		
題號	3_01	3_02	3_03	3_04	3_05	3_06	3_07	3_08	3_09	3_10	3_11	3_12	3_13	3_14	3_15	3_16
%	96.8	97.9	97.8	94.2	81.3	74.1	89.0	89.7	87.7	77.6	58.2	84.4	77.7	84.1	64.9	70.5
題號	4_01	4_02	4_03	4_04	4_05	4_06	4_07	4_08	4_09	4_10	4_11	4_12	4_13	4_14	4_15	4_16
%	94.5	88.0	94.1	96.3	71.3	95.3	81.2	85.4	72.0	88.9	52.4	36.3	66.2	51.3	71.3	73.9

※ 1-03：第一部分之第 3 題。

※ 平均通過率：78.8 % (48.8 題)

從表 3-3 的資料得知，2003 年的四年級學生數學成就平均通過率為 78.8 %，平均答對 48.8 題，這樣的結果比 1991 年小四學生的平均通過率為 68.0 % (Lapointe et al., 1992)，進步了十個百分點之多。這個結果顯示：以相同的題目施測 2003 年的四年級學生和 1991 年的四年級的學生，2003 年的小四學生的數學成就表現，比十年前的學生進步了許多。至於進

步的可能原因包含：數學課程的改革、文化的因素、學生成長的家庭因素，也有可能是學生的學校學習環境因素。

平均答對率超過 80 % 的試題共有 36 題，超過總題數的一半，從表中也可以看出學生在第二部分和第四部分的平均通過率，比第一部分和第三部分為低。究其原因，可能是學生作答時間的持續力或試題本身的難度。由於本研究工具分為兩種題本施測，第四部分的試題並非每位學生最後完成的部分，故可以排除因學生作答時間的持續力而影響數學成就表現的可能性。學生在第二和第四部分的數學成就表現，比第一和第三部分的表現差，其可能性是來自於第二和第四部分試題本身的難度較高，因為第二和第四部分的試題，大部份落在表 2-1 的試題雙向項目表的較高層次的解題欄內（15 題中有 12 題是屬於第二和第四部分的題目）。

（五）學生在各試題的錯誤類型

本節的資料主要在於瞭解學生在各試題的錯誤類型，錯誤類型主要是先依據表 3-3 的各題平均通過率低於 80 %，再逐題篩選其各選項反應百分比超過 10 % 者。各題平均通過率低於 80 % 的題目分別為：1-11, 1-14; 2-01, 2-02, 2-03, 2-04, 2-06, 2-07, 2-08, 2-09, 2-10, 2-12, 2-13, 2-14; 3-06, 3-10, 3-11, 3-13, 3-15, 3-16; 4-05, 4-09, 4-11, 4-12, 4-13, 4-14, 4-15, 4-16。

當進一步計算各題選項之百分比，可以將學生的錯誤類型歸為四種類型。

1、不瞭解題意

有 15.9 % 的學生難以決定題目 2-01 若要計算機票總價，還需要什麼資料？有 18.7 % 以最短路徑的編號而非以最短路徑的長度來回答題目 2-10。有 38.6 % 以題目出現的數字直接作為題目 4-11 解題的運算，而漠視了求算的男生和女生的總鉛筆數。雖然題目 4-15 僅涉及一位數字，仍然有 23.0 % 使用題目的多於資訊而且使用關鍵字「總數」解題，將題目 4-15 出現的每個數字相加而非用乘法。有 20.2 % 的學生將題目 3-11 以求算已知的三角形數代替未填滿的三角形總個數。有 21.2 % 的學生將題目 3-15 「求出介於兩個數之間的奇數」，錯誤地解讀為「求出介於兩個數之間的數」。更有高達 50.2 % 的學生將題目 2-12 「用四個數字排成最小的四位數」，解讀為「找出四個數字中的最小數字」。

2、不瞭解自然數的特性

題目 4-02, 4-03, 和 4-12 都是有關自然數的基本性質，4-02 是求最小公倍數，4-03, 和 4-12 是奇數偶數問題，幾乎有四成到五成的小四學生不瞭解自然數的基本特性。

3、解代數方程式的困難

等式的移項對國小四年級的學生很困難，這次共有三題與等式的移項有關連。題目 2-07 有 12.9 % 錯誤地選出算式 $59 = 93 + 152$ 認為與 $152 = 93 + 59$ 相同。有 12.2 % 錯誤地以 $8 \div 2$ 來求算題目 3-10 「 $\square \div 8 = 2$ 」的 $\square$ 。也有 20.2 % 錯誤地以 $12 \div 9$ ，來求算題目 4-

09 「 $9 = 12 + \square$ 」的 $\square$ 。

4、求算周長

題目 1-14 和 4-14 需要用周長概念解題，題目 1-14 中有 15.6 % 的國小四年級直接用周長 $\div 2$ 就是正方形每邊的邊長；有 29.3 % 的學生錯誤地用面積來求算題目 4-14 的周長。由此可見，大約有兩成到三成的四年級學生尚未瞭解周長的概念，而容易將周長與面積混淆。

（六）國小與國中學生在相同題目之表現

1、2003 年國小四年級與國中二年級學生在相同試題之平均通過率比較

在 IAEP 數學成就評量的國小 62 個試題中，有 14 個題目也是屬於國中的試題。從表 3-4 的數據顯示，除了題目 2-11（分數與一位小數的互換）是國中與國小學生的成就表現沒有差別之外，對其他各題而言，小學四年級學生與國中二年級學生的平均通過率，相差約為 7 % 至 39 % 左右。整體而言，國中二年級學生的平均通過率，均高於國小四年級學生的平均通過率 21 %。

表 3-4：2003 年之國小四年級與國中二年級學生在相同試題之平均通過率

題號	2_01	2_02	2_03	2_04	2_05	2_06	2_07	2_08	2_09	2_10	2_11	2_12	2_13	2_14
國小答對百分比(%)	71.6	67.7	54.3	52.3	80.2	69.0	76.9	44.4	55.3	59.6	91.6	74.0	52.8	50.0
國中答對百分比(%)	91.5	89.6	73.3	78.4	87.7	88.5	93.0	78.5	83.7	81.3	91.1	83.9	82.7	89.0
國小與國中相差的百分比(%)	20	22.5	19	16	7	19	17	34	28	22	0	10	30	39

題目 2-11 是將 $\frac{9}{10}$ 化為小數，國中二年級和國小四年級學生在十四個題目中的平均答對率沒有差別的一題，分別為 91.6% 及 91.1%，如此的表現，與 1991 年的學生表現極為不同。在 1991 年的 IAEP 測驗，本題是國中與國小學生表現相差極為懸殊的一題，國中學生與國小學生的答對率分別為 82 % 和 41 %，其中的可能原因是：十年前的教材將此題視為分數與小數的互換，學生對分數與小數概念必須都發展成熟，才學習分數與小數的互換，因此，十年前受測的學生尚未學習此題材。相對的，本次受測的四年級學生都已學過了此一題材，因為現階段的教材將小數視為是分數的另一種表示方法。

國中與國小平均通過率相差在 30 % 以上的試題共有三個題目，分別為 2-08、2-13 和 2-14。由於試題不宜公開，但為了幫助讀者瞭解，且徵得研究計畫主持人的同意，僅呈現兩

個試題的題目內容。題目 2-08 是有關年齡的問題，國二學生可以透過一元一次方程式求解，而小四的學生在解決年齡問題的經驗較少，所以，答對率僅為 44.4 %，與 1991 年的小四學生的平均通過率（45 %）相差無幾。同樣的，題目 2-13 是解決一個需要應用比值與加法的問題，對國小四年級學生而言，大約有 47 % 的學生有困難，但對於國中二年級的學生則可以利用方程式求解。與 1991 年國小四年級的學生（平均通過率為 58 %）比較之下，2003 年的學生在這題的表現較為遜色了些微，其可能的原因值得探討。

題目 2-13
三個皮箱的總重量是 28 公斤，其中小明的皮箱重量等於其他兩個皮箱的重量和，請問小明的皮箱重幾公斤？

(1) 13
(2)
(3) 15
(4) 22

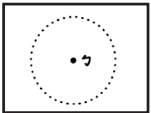
國小答對率	52.8%
國中答對率	82.7%

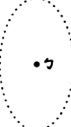
題目 2-14 是有關圓的基本定義，只有大約 50 % 的四年級學生有能力辨識，但是四年級的學生有 24.2 % 也誤認為菱形周界上的任何一點到中心點的距離一樣長，似乎四年級的學生將四邊等長與周界上的任何一點到中心點的距離等長，兩者意思混淆不清。與 1991 年（平均答對率為 44 %）相較之下，增加了 6 % 的學生有能力辨識圓的基本性質。

題目 2-14
下列哪一個圖形上的所有小點到中心點的距離都相等？

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

國小答對率	50.0%
國中答對率	89.0%

2、2003 年與 1991 年的國小四年級與國中二年級學生在相同試題之整體表現之比較
從表 3-5 的數據得知，2003 年的國小四年級及國中二年級學生在 14 個題目的整體平均

通過率分別為 64.3 %、85.3 %，亦即平均通過率相差約為 21 % 左右。相較於 1991 年 IAEP 的測驗結果，1991 年的國中與國小學生平均通過率分別為 50.6 %、78.2 %，平均通過率相差約為 27%。結果顯示出，2003 年的國中與國小學生在十四個相同題目的表現差距，比十年前的國中與國小學生的差距為小；另外，以相同年級而言，2003 年與 1991 年的四年級學生的平均通過率分別為 64.3 % 和 50.6 %，這個結果顯示出：2003 年的國小四年級學生及國中二年級學生的數學成就表現，皆比十年前的學生的表現佳。其可能的原因，是國中學生的學習材料延後或是國小學生的學習材料提前，或是課程改革下拉近了國二與小四的學生之學習材料，或者其他的因素造成，這些可能的因素值得進一步探討。

表 3-5 2003 年與 1991 年的國小四年級與國中二年級學生在相同試題之平均通過率

	小四	國二
2003 年 IAEP	64.3 (0.5)	85.3 (0.4)
1991 年 IAEP	50.6 (0.8)	78.2 (0.6)

(七) 2003 年與 1991 年的國小四年級學生數學成就測驗分佈

從表 3-6 得知，相對於 1991 年的雙峰分佈現象，2003 年測驗在低成就人數已經明顯的減少，第五百分位數、第十百分位數和第九十分位數的答對率分別由 32.1 % 提高到 44.7 %、由 41.0 % 提高到 56.0 %、由 91.8 % 提高到 95.2 %。而且，由表 3-6 和圖 3-1，可以顯示出整個成績分佈有向右位移的趨勢。

表 3-6 在不同百分位數的學生之平均答對率比較

	第 1 百分位	第 5 百分位	第 10 百分位	第 90 百分位	第 95 百分位	第 99 百分位
2003 年	11.3 (1.9)	44.7 (0.2)	56.0 (0.2)	95.2 (0.0)	96.8 (0.0)	98.4 (0.0)
1991 年	19.2 (1.6)	32.1 (4.6)	41.0 (1.8)	91.8 (1.7)	95.1 (0.0)	98.4 (0.0)

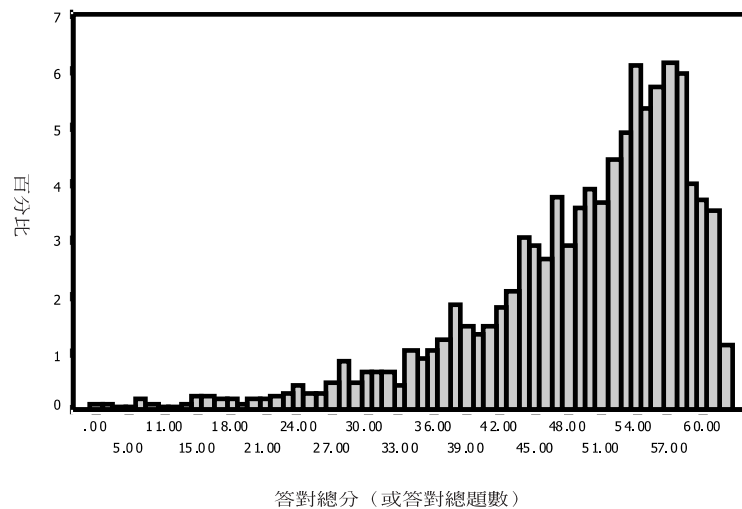


圖 3-1 2003 年國小四年級學生數學成就測驗答對題數人數分布圖

(八) 2003 年與 1991 年的國小四年級學生在數學內容之各試題表現之比較

1、2003 年與 1991 年的國小四年級學生在數主題表現之比較

從表 3-7 到表 3-11 分別呈現數、實測、幾何、統計及代數等主題各試題的平均通過率。數據顯示出，只有五個題目是 2003 年的小四學生表現比 1991 年的小四學生表現稍微比較差，這五個 2-02、2-08、2-13、4-11、4-12 都是有關數的題目，而且都是落入認知層次比較高的類型題目。題目 2-02 是找出兩個數的最小公倍數，題目 2-08 和題目 2-13 都如上所述，分別是年齡問題及應用比值和加法解決重量的問題。題目 4-11 涉及到兩量的比值關係，是國小四年級學生尚未學習的概念，它需要使用乘法解決兩步驟問題。題目 4-12 是利用四個數字排出一個最小的四位數。

在數主題方面，除了上述的五個題目之外，2003 年的小四學生表現，都比 1991 年的小四學生表現進步。整體而言，2003 年國小四年級學生在數主題的試題之表現，比 1991 年的學生平均進步 10.2%，其中試題 2-11 將分數化為小數，是 2003 年的小四學生進步最多的一題，至少提高了四成的學生能成功地解決這個問題。

表 3-7 的資料顯示出，在 2003 年的評量至少有 80% 的學生答對的題目共有 18 題，其中有 6 個題目的平均通過率高於 90%。在這 18 個題目中，有 10 個題目屬於概念性理解、6 個題目屬於程序性理解、2 個題目屬於解題。相反的，在 1991 年的評量中，不到五成的國小四年級學生有能力解出六個題目：4-12、2-10、2-12、2-11、2-08、2-03。

表 3-7 2003 年與 1991 年的小四學生在數主題的試題平均通過率

題號	1_01	1_03	1_04	1_08	1_12	1_15	1_16	2_01	2_02	2_03	2_05	2_07	2_08	2_10	2_11	2_12
2003 年 答對%	96.2	87.7	93.2	96.4	88.6	81.5	83.0	71.6	67.7	54.3	80.2	76.9	44.4	59.6	91.6	74.0
1991 年 答對%	87	78	70	84	63	71	59	63	69	48	55	52	45	39	41	39
相差平 均答對 率%	9.2	9.7	23.2	12.2	25.6	10.5	24	8.6	-1.3	6.3	25.2	24.9	-0.6	20.6	50.6	35
題號	2_13	3_04	3_07	3_08	3_09	3_13	3_14	3_15	3_16	4_02	4_03	4_08	4_10	4_11	4_12	4_15
2003 年 答對%	52.8	94.2	89.0	89.7	87.7	77.7	84.1	64.9	70.5	88.0	94.1	85.4	88.9	52.4	36.3	71.3
1991 年 答對%	58	80	77	63	66	59	72	54	55	80	69	63	67	58	37	59
相差平 均答對 率%	-5.2	14.2	12	26.7	21.7	18.7	12.1	10.9	15.5	8	25.1	21.4	21.9	-5.6	-0.7	12.3

※表內的負值代表 2003 年的小四學生答對率低於 1991 年的小四學生。

※2003 年比 1991 年的平均通過率提高了 10.2 %。

而在 2003 的評量中，數主題的題目中平均通過率低於 50 % 的題目，只剩下兩題，分別為 4-12 和 2-08。題目 4-12 是兩次的成就測驗中學生表現最差的一題，這個題目是利用四個數字形成一個最小的四位數，兩次測驗學生平均通過率均約為 37 %。題目 2-08 也是兩次的成就測驗中不到五成的小四學生，可以成功解題的一個題目，它是有關年齡的題目，這個題目在 1991 年的施測的題目中平均通過率倒數第五，但在 2003 年施測的題目中平均通過率為倒數第三，為何學生在年齡的問題上的平均通過率退步了？可能的原因之一，是施測的這群學生在九年一貫課程的教材中尚未學習。

然而，在 1991 年的數學成就評量中，沒有一個題目是超過九成以上的學生可以答對，平均通過率介於 80 % 到 90 % 之間的題目共有 4 題，由高至低的排序為 1-01、1-08、3-04、和 4-02。由此資料顯示出 1-01、1-08 和 3-04 三個題目是兩次評量中數與計算的所有題目中最為簡單的題目，這三個題目是最基本的加減法和除法的計算問題。

2、2003 年與 1991 年的國小四年級學生在實測表現之比較

整體而言，2003年國小四年級學生在實測的表現比1991年的學生平均進步9.8%。從表3-8的數據可以得出，2003年的小四學生在9個實測題目的表現，均優於1991年的國小四年級學生，平均答對率提高9.8%。在2003年成就評量中，平均通過率至少80%的題目共有5題，由高至低的平均通過率為1-06、1-09、1-02、3-05及4-07。在實測的題目中，沒有一個題目的平均通過率是低於50%，表現最差的一個題目是4-14，這個題目是給定長方形的長邊與寬邊，求算其周長，有29.3%國小四年級學生將周長誤算為面積。

然而，在1991年的國小四年級學生，平均通過率超過80%的題目共有3題，分別是1-02、1-09、1-06，而有兩個題目4-14和4-13的平均通過率都低於50%。由此可見，實測的9個題目中，3個題目是兩次成就測驗中學生最容易解決的，這些題目是透過點算小正方形的個數求算面積的問題，但最難的則是給定長方形的長和寬時，求算周長為多少的題目。

表3-8 2003年與1991年的小四學生在實測各試題平均通過率

題號	1_02	1_06	1_09	1_14	3_05	3_06	4_07	4_13	4_14
2003年 答對%	92.6	97.5	94.1	73.9	81.3	74.1	81.2	66.2	51.3
1991年 答對%	87	82	84	55	75	65	71	42	46
相差平均 答對率%	5.6	15.5	10.1	18.9	6.3	9.1	10.2	24.2	5.3

※2003年比1991年的平均通過率提高了9.8%。

在實測的九個題目中，相較於1991年的小四學生，2003年增加了24%的國小四年級學生能成功地解決題目4-13（在尺上報讀一條非歸0的線之長度）。儘管在此題的表現進步最多，但仍然有20.7%的小四學生求算一條線從3公分到9公分的長度，錯誤地算出7公分。

3、2003年與1991年的小四學生在幾何表現之比較

整體而言，2003年小四學生在幾何試題的表現，比1991年的學生平均進步12.2%。表3-9的資料顯示，2003年的小四學生在幾何的表現，有三個題目至少達到80%的平均通過率，從高到低的排序為3-01、4-01、1-10。在幾何題目中，至少有50%的小四學生都能成功地解出每一個題目。然而，在1991年的評量中，有至少有一半以上的學生無法成功解出兩個幾何題目2-14和3-11，其中3-11是辨識三角形圖形排列的規律性，題目2-11是辨識圓的基本定義。在幾何的六個題目中，以試題1-10的平均通過率進步最多，由70%增

加到93.7 %。

表 3-9 2003 年與 1991 年的小四學生在幾何各試題平均通過率

題號	1_10	2_14	3_01	3_11	4_01	4_16
2003 年 答對%	93.7	50.0	96.8	58.2	94.5	73.9
1991 年 答對%	70	44	92	37	90	52
相差平均 答對率%	23.7	6	4.8	21.2	4.5	21.9

※ 2003 年比 1991 年的平均通過率提高了 12.2 %

4、2003 年與 1991 年的小四學生在統計表現之比較

整體而言，2003 年國小四年級學生在統計試題的表現比 1991 年的學生平均進步 11 %。表 3-10 是 2003 年與 1991 年的國小四年級學生在統計試題的表現，2003 年的學生在八個題目中，每一個題目都至少有 50 % 的學生能成功解題，其中有 5 個題目的平均通過率至少超過 80 %，這五個題目是有關報讀長條圖與百分圖。然而，1991 年的學生在統計的平均通過率低於 50 % 有兩個題目，其中 2-09 是有關抽球的機率問題，是 2003 年和 1991 年的國小四年級學生在統計的題目表現最差的一題。另外，在所有機率與統計的問題中，2003 年的小四學生比 1991 年的學生進步最多的一題是 3-03，亦即：要求找出相同數據的兩個長條圖。

表 3-10 2003 年與 1991 年的國小四年級學生在統計各試題平均通過率

題號	1_07	2_06	2_09	3_02	3_03	4_04	4_05	4_06
2003 年 答對%	87.3	69.0	55.3	97.9	97.8	96.3	71.3	95.3
1991 年 答對%	63	59	42	81	71	86	49	86
相差平均 答對率%	21.3	10	13.3	18.9	26.8	10.3	22.3	9.3

※ 2003 年比 1991 年的平均通過率提高了 11 %

5、2003年與1991年的國小四年級學生在代數表現之比較

整體而言，2003年國小四年級學生在代數試題的表現，比1991年學生平均進步15%。表3-11的資料顯示，2003年的國小四年級學生在每一個代數試題的平均答對率都超過50%，其中以2-04有關四個小孩排成一行誰排在最後的推理性問題的表現最差；1991年有50%以上的國小四年級學生無法成功解決的代數問題有3題，1-13、2-04和4-09。1-13是比例問題、4-09是解□未知的方程式。

表3-11 2003年與1991年的國小四年級學生在代數各試題平均通過率

題號	1_05	1_11	1_13	2_04	3_10	3_12	4_09
2003年 答對%	96.2	77.9	93.5	52.3	77.6	84.4	72.0
1991年 答對%	85	64	41	45	67	65	42
相差平均 答對率%	11.2	13.9	52.5	7.3	10.6	19.4	30

※2003年比1991年的平均通過率提高了15.0%。

（九）2003年與1991年的國小四年級學生在認知過程各試題表現之比較

1、2003年與1991年的國小四年級學生在概念性理解表現之比較

整體而言，2003年的國小四年級學生在概念性理解的表現，比1991年小四學生增加了15.2%。從表3-12的資料顯示，2003年的小四學生至少有50%的學生都能解決概念性理解的試題，而且，25題中有17題的平均通過率至少80%以上，其中以題目2-14為最困難，它是有關辨識圓的基本定義。

表3-12 2003年與1991年的國小四年級學生在概念性理解各試題平均通過率

題號	1_03	1_04	1_05	1_06	1_10	1_11	1_12	1_15	2_01	2_07	2_09	2_11	2_14
2003年 答對%	87.7	93.2	96.2	97.5	93.7	77.9	88.6	81.5	71.6	76.9	55.3	91.6	50.0
1991年 答對%	78	70	85	82	70	64	63	71	63	52	42	41	44
相差平均 答對率%	9.7	13.2	11.2	15.5	23.7	13.4	25.6	10.5	8.6	24.9	13.3	50.6	6

題號	3_01	3_02	3_03	3_05	3_08	3_12	3_15	4_01	4_04	4_07	4_15	4_16
2003 年 答對%	96.8	97.9	97.8	81.3	89.7	84.4	64.9	94.5	96.3	81.2	71.3	73.9
1991 年 答對%	92	81	71	75	63	65	54	90	86	71	59	52
相差平均 答對率%	4.8	16.9	26.8	6.3	26.7	19.4	10.9	4.5	10.3	10.2	12.3	21.9

※2003 年比 1991 年的平均通過率提高了 15.2 %。

1991 年的國小四年級學生之平均通過率低於 50 % 的三個試題 2-09、2-11、2-14，在 2003 年的小四學生則都至少有 50 % 的學生能成功解題，其中 2-09 和 2-11 分別為抽球的機率問題與分母為 10 的分數化為一位小數的問題。

在概念性理解的試題中，2003 年的小四學生比 1991 年的學生，至少增加 20 % 平均通過率的試題共有七題：1-10、1-12、2-07、2-11、3-03、3-08、4-16。

2、2003 年與 1991 年的國小四年級學生在程序性理解表現之比較

整體而言，2003 年的國小四年級學生在需要計算的試題的表現，比 1991 年的學生平均通過率提高了 5.6 %。從表 3-13 的資料顯示，在 22 個程序性理解的試題中，除了兩題均屬於實測長度的問題，平均通過率低於 70 % 之外，其餘 20 題之平均通過率都超過 70 %。

然而，1991 年的國小四年級學生對於程序性理解的試題，卻只有 6 題的平均通過率超過 70 %，至少有一半以上的學生無法成功解出四個題目，其中一題是分析百分圖、一題是解出含有□的方程式問題。

當比較 2003 年和 1991 年的學生，其平均通過率相差超過 20 % 以上的試題共有六題，分別是 1-07、2-05、3-09、4-05、4-10 和 4-13，求減數未知的減法問題有 3 題，求差數未知的減法問題有 1 題，統計的試題有 2 題和實測試題 1 題。

表 3-13 2003 年與 1991 年的國小四年級學生在程序性知識各試題平均通過率

題號	1_01	1_02	1_07	1_08	1_14	1_16	2_05	3_04	3_06	3_07	3_09
2003 年 答對%	96.2	92.6	87.3	96.4	73.9	83.0	80.2	94.2	74.1	89.0	87.7
1991 年 答對%	87	87	63	84	55	59	55	80	65	77	66
相差平均 答對率%	9.2	5.6	24.3	12.4	18.9	24	24.8	14.2	9.1	12	21.7

題號	3_10	3_13	3_14	3_16	4_02	4_05	4_06	4_09	4_10	4_13	4_14
2003 年 答對%	77.6	77.7	84.1	70.5	88.0	71.3	95.3	72.0	88.9	66.2	51.3
1991 年 答對%	67	59	72	55	69	49	86	42	67	42	46
相差平均 答對率%	10.6	18.9	12.1	15.5	19	22.3	9.3	30	21.9	24.2	5.3

※ 2003 年比 1991 年的平均通過率提高了 5.6 %。

3、2003 年與 1991 年的國小四年級學生在解題各試題平均通過率

整體而言，2003 年的小四學生在解題的表現平均通過率，比 1991 年的小四學生提高了 11.5 %；但是，當詳細檢查表 3-14 時，發現有 5 個試題是 2003 年的小四學生表現比 1991 年的學生稍差，這五個題目分別是 2-02、2-08、2-13、4-11、4-12。其中題目 2-02 是有關求最小公倍數問題，題目 2-08 是有關求算十年前的年齡問題，題目 2-13 和 4-11 是有關比值問題，題目 4-12 是以四個數字形成一個最小的四位數問題。

另外，我們也發現 2003 年的國小四年級學生比 1991 年的學生，答對率提高超過 20 % 的試題共有五題，分別是 1-13、2-10、2-12、4-03、4-08。其中題目 2-10 是求算最短路徑的長度、題目 2-12 是偶數 + 1 是偶數或奇數的問題，4-03 是多步驟的一位數加減法，4-08 是簡單的乘法問題。

表 3-14 2003 年與 1991 年的國小四年級學生在解題各試題平均通過率

題號	1_09	1_13	2_02	2_03	2_04	2_06	2_08	2_10	2_12	2_13	3_11	4_03	4_08	4_11	4_12
2003 年 答對%	94.1	93.5	67.7	54.3	52.3	69.0	44.4	59.6	74.0	52.8	58.2	94.1	85.4	52.4	36.3
1991 年 答對%	84	41	69	48	45	59	45	39	39	58	37	69	45	58	37
相差平均 答對率%	10.1	52.5	-1.3	6.3	7.3	10	-0.6	20.6	35	-5.2	19.2	25.1	40.4	-5.6	-0.7

※ 2003 年比 1991 年的平均通過率提高了 11.5 %。

二、學生背景、家庭與學校的學習環境

（一）家庭、學校學習環境與2003年數學成就表現之關係

1、家庭篇

爲了瞭解學生的基本資料及家庭提供的學習環境，與數學成就表現的相關性，表3-15呈現學生在各個項目的反應百分比，及相對應的數學成就表現之平均答對率。

有關學生的家庭背景，從表3-15的分析結果，受測國小四年級學生中家中最常用的語言是國語，其次是台語，約有3.4%的學生在家中用客家語來溝通。家庭中有2個小孩的佔40.8%，有3個小孩的家庭佔34.9%，只有一個小孩的佔8%，4個小孩以上的佔15.5%。提供給小孩閱讀課外書的數量，擁有100本以上的課外書籍的家庭佔有28%、但也有14.9%的家庭藏書量少於10本以下。

關於父母對孩子的關心，從數據顯示出，大多數的孩子（91.7%）都認爲父母期望自己學好數學，有77.3%的家庭在家裡會談到孩子學習數學的狀況，有77.2%的家庭家人會協助孩子做數學作業；國小四年級的學生約有40.8%的學生在課後有補習。

當進一步分析家庭提供的學習環境與數學學習的相關性時，我們發現父母對孩子數學學習的高期望，孩子有較好的成就表現。父母對孩子有高期望與低期望的學生，在數學成就表現的平均通過率分別爲79.5%和73.2%；這樣的結果可以用比馬龍效應來解釋。

家中藏書量越多，學生在數學的學習明顯地表現越佳（F值=15.802， $P<0.001$ ）。這可能與家長能鼓勵孩子廣泛閱讀，又經濟上可提供孩子閱讀資源有關。

本研究發現兩個有趣的結果，一個是家人協助做數學功課的孩子其數學成就表現，反而比沒有家人協助做數學功課的孩子的數學成就表現有顯著的低落，其平均通過率爲78.3%相對於81.2%。經過進一步考驗，得出F值爲10.867， $P<.001$ 達到極顯著水準，可能的原因是，在一到三年級使用八十二年版的數學課程和在四年級使用九年一貫課程暫行綱要的這群四年級學生，他們的家長不瞭解課程改革的精神，所提供給孩子的協助，並不符合課程改革的趨勢與動向，而造成家長協助孩子完成數學功課非但沒有效益，反而是干擾孩子的數學學習；也可能是本身不需要家長協助的學童，學習較爲主動，在學校學習時情況較好，因此不需家長的協助。

另一個有趣的發現，是有參加數學補習的國小四年級學生，其數學成就反而低於沒有補習的孩子，平均通過率分別爲78.8%和79.0%，經更進一步考驗F值=7.145， $P<.001$ 達到極顯著水準。其可能的原因與上述雷同，可能是補習班的教學重視學生解題的結果而非解題過程，與國小四年級學生使用的數學課程基本主張是相悖的，補習班的教學非但無益於學生數學的學習，反而是一種阻力；也有可能是本身不需要補習的學童，學習較爲主動，在學校學習時情況較好，因此，不需要補習，或參與補習者是學習較爲緩慢者的學童。

表 3-15 2003 年的國小四年級學生的家庭學習環境與數學成就表現差異之考驗

家中最常使用的語言 (%)	國語 (73.1)	台語 (24.1)	客家語 (3.4)	其他 (0.3)	--
平均答對率 (標準誤)	80.6 (0.4)	75.3 (0.5)	69 (0.8)	66 (0.9)	--
兄弟姊妹人數 (%)	1 人 (8.0)	2 人 (40.8)	3 人 (34.9)	4 人以上 (15.5)	F 值
平均答對率 (標準誤)	80.4 (1.6)	81.7 (0.6)	78.2 (0.8)	72.3 (1.4)	15.801***
家中藏書量 (%)	0-10 本 (14.9)	11-24 本 (22.3)	25-100 本 (33.8)	100 本以上 (28.0)	F 值
平均答對率 (標準誤)	70.8 (1.1)	75.1 (0.6)	81.2 (0.6)	83.7 (0.7)	51.562***
對父母期望自己學好 數學的看法 (%)	同意 (91.7)	不能確定 (7.3)	不同意 (0.4)	--	F 值
平均答對率 (標準誤)	79.5 (0.4)	73.2 (1.7)	43.3 (10.0)	--	27.997***
家人談到孩子學校 數學學習 (%)	有 (77.3)	沒有 (20.3)	--	--	F 值
平均答對率 (標準誤)	80.1 (0.4)	74.4 (1.0)	--	--	22.495***
家人協助做數學作業 (%)	有 (77.2)	沒有 (20.2)	--	--	F 值
平均答對率 (標準誤)	78.3 (0.4)	81.2 (0.8)	-- --	-- --	10.867***
補習 (%)	有 (40.8)	沒有 (56.9)	--	--	F 值
平均答對率 (標準誤)	78.8 (0.6)	79.0 (0.5)	--	--	7.145***

*** $P < .001$

2、學校篇

學校篇共包含五個項目，在於瞭解學校所提供的學習環境，如何支持孩子的數學學習。從表 3-16 的資料顯示，學校教師規定學生每天回家需完成的功課，以 1 小時之內可以完成的作業量為佔多數（71.2 %），有 14.7 % 的教師每天規定學生需要完成 2 小時左右的功課，只有極少數（1.7 %）的教師沒有每天給學生回家功課，其學生的成就表現，極顯著低於回家需要完成適量功課的學生。所謂適量是指在 1 小時之內可以完成的數學功課。在給定回家功課中，國小四年級學生以一小時之內完成的作業量的數學成就平均通過率為 79.9 %。

除了教師指定的回家功課之外，國小四年級的學生在一週之內，會自己主動以 1 小時之內完成的數學作業佔多數（57.7 %），主動完成 2 小時之內的數學作業的學生佔 20.4 %。綜合以上的分析，無論是每天教師規定的作業量，或是自己每週額外完成的數學作業，所花的時間長短與學生的數學成就表現有差異。

從表 3-16 的數據，可以反映出當今學校落實課程改革的情形，教師在課堂上提供給學生進行小組討論的頻率仍然不高，只有 26.3 % 的教室經常有小組討論，仍然有 11.7 % 的教室沒有給學生進行小組討論。從統計考驗結果，越經常進行小組討論的學生其數學成就表現顯著地提高。經常進行小組討論的數學成就表現平均通過率為 83.0 %，相對於從不進行小組討論的學生之平均通過率為 70.4 %， F 值 = 28.26， $P < .001$ 。

同樣地，目前的學校有 30.2 % 的教室經常使用教具，但仍然有 5.2 % 的小四數學課從不使用教具。結果發現，經常使用教具學習數學的學生，比從不使用教具的學生之平均通過率高（78.7 % vs. 68.2 %），但是，反而比偶爾使用教具學習數學的學生之數學表現（78.7 % vs. 79.9 %）低。

當今的課程改革下，教室的教學型態有 28.0 % 的教師在課堂中讓學生自己進行數學解題，有 62.8 % 的教師偶爾提供給學生自己獨立解題，經統計考驗的結果發現，課堂中學生有獨自解題的機會有助於學生的數學成就表現， F 值 = 46.044， $P < .001$ ；這樣的結果與 1991 年 IAEP 施測的結果是一致的（Lapointe et al., 1992）。

表 3-16 2003 年的國小四年級學生的學校學習環境及數學成就表現差異之考驗

上課時獨自做數學 學習題（%）	經常做 (28.0)	有時 (62.8)	從不 (8.5)	--	F 值
平均答對率 (標準誤)	82.6 (0.7)	78.6 (0.6)	72.7 (1.4)	--	29.602***
上課時進行小組活動 (%)	經常 (26.3)	有時 (60.9)	從不 (11.7)	--	F 值
平均答對率 (標準誤)	83.0 (0.7)	78.9 (0.5)	70.4 (1.4)	--	46.044***
上課時，使用教具 (%)	經常 (30.2)	有時 (63.7)	從不 (5.2)	--	F 值
平均答對率 (標準誤)	78.7 (0.7)	79.9 (0.4)	68.2 (2.6)	--	28.86***
每週做數學作業 (%)	1 小時以內 (57.7)	2 小時 (20.4)	3 小時 (8.6)	4 小時以上 (10.3)	F 值
平均答對率 (標準誤)	80.0 (0.4)	76.6 (0.7)	80.1 (0.7)	76.8 (2.1)	6.149***
學校每天規定的 數學功課（%）	沒有功課 (1.7)	1 小時以內 (71.2)	2 小時 (14.7)	2 小時以上 (11.9)	F 值
平均答對率 (標準誤)	69.3 (3.1)	79.9 (0.4)	14.7 (1.3)	77.9 (1.3)	7.145***

*** $P < .001$

3、學生篇

學生篇共包含五個項目，這些項目在於瞭解學生的數學學習態度及課後進行的活動。表 3-17 的數據顯示，當今的社會結構不斷的在改變，對學生課後進行活動的影響，我們發現雖然網路資訊很發達的今日，仍然有 53.5 % 的小四學生沒有上網的習慣，約有 25.4 % 的學生每天上網一個小時左右，但是，學生並不因上網時間越長而有較好的數學成就表現，也不因沒有上網的習慣而有好的數學成就表現。從數據可以看出：國小四年級的學生每天大約上網一小時瀏覽相關的資訊，有助於數學的學習表現。

在目前國小四年級階段，有 24.5 % 幾乎每天養成良好的閱讀習慣，以每星期最少閱讀一次課外書的學生居多數，佔 51.5 %，但仍然有 15.6 % 的學生沒有養成閱讀課外書的習

慣。根據統計分析結果得知，養成每天閱讀課外書籍的習慣，其數學學習成就表現越佳。

國小四年級學生的休閒活動項目中，看電視是其中的一項，大約有 36.7 % 每天看一小時的電視，有 15 % 每天至少看三小時的電視，但也有 10 % 的學生沒有看電視的習慣。我們發現不看電視或看電視的時間太長的學生，其數學成就表現未必是最好的，以一小時的電視時間，最有助於其數學成就表現。

表 3-17 2003 年學生的學習態度及課後活動與數學成就表現差異之考驗

每天看電視的時 (%)	沒有 (9.9)	1 小時之內 (36.7)	1 至 3 小時 (37.7)	3 小時以上 (15)	F 值
平均答對率 (標準誤)	79.2 (1.1)	80.9 (0.6)	78.5 (0.8)	73.7 (1.5)	15.043***
每天上網時間 (%)	沒有 (53.5)	1 小時之內 (25.4)	1 至 3 小時 (15.1)	3 小時以上 (5.2)	F 值
平均答對率 (標準誤)	79.1 (0.5)	82.2 (0.7)	75.9 (1.6)	66.7 (1.8)	17.501***
閱讀課外讀書頻率 (%)	幾乎沒有 (15.6)	一個月 一至兩次 (7.3)	一星期 一至四次 (51.5)	幾乎每天 (24.5)	F 值
平均答對率 (標準誤)	74.5 (1.0)	75.3 (1.6)	79.0 (0.8)	82.8 (0.7)	18.722***
認為自己數學很好 (%)	同意 (35.5)	不能確定 (54.8)	不同意 (8.0)	--	F 值
平均答對率 (標準誤)	81.9 (0.7)	79.5 (0.6)	65.9 (1.2)	--	35.174***
對性別與數學的看法 (%)	男生比女生 容易學數學 (8.2)	女生比男生 容易學數學 (8.3)	男女生 都一樣 (81.4)	--	F 值
平均答對率 (標準誤)	68.7 (1.2)	74.3 (1.1)	80.1 (0.6)	--	37.493***

*** $P < .001$

表 3-17 的資料顯示，學生對數學學習的自信心有助於學生的數學成就表現，認為自己

的數學很好的學生之平均通過率為81.99%，而不認為自己的數學很好的學生之平均通過率為65.9%，經F考驗的結果發現達到極顯著的差異， $F = 35.174$ ， $P < .01$ ，亦即：對數學的學習越有自信心的學生，其數學成就表現越好。在所有樣本中只有45.2%的小四學生對自己的數學有自信心。這樣的結果，與在同一年施測不同樣本的TIMSS 2003所獲得結果是一致的（林碧珍、蔡文煥，2005）。根據TIMSS 2003的研究發現：台灣只有4成的國小四年級學生對學習數學很有信心，與國際平均比較，台灣國小四年級有較多的學生對數學學習缺乏自信心。更而，雖然台灣學生的數學成就表現顯著高於國際平均，但是，在數學學習的自信心卻反低於國際平均，這種現象相較於國中二年級學生，也是相同的現象（林碧珍、蔡文煥，2005）。

另外，小四學生對性別和數學學習的看法，表3-17之資料顯示：有81.4%的學生認為數學是否能學好與性別沒有差異，也就是，小四的學生對數學成就表現優與劣，不會把成就歸因於自己是男生或是女生。實際上，在TIMSS 2003的研究證實學生的性別差異，並不造成學生數學成就表現的影響（林碧珍、蔡文煥，2005）。

（二）2003年與1991年的學生在學習環境與數學成就表現之比較

由於1991年IAEP的研究報告所提供的資料，只分析學生每天看電視的時間、每週做數學功課的時間和每天做學校指定功課所花的時間，因此，本節僅能依此三項，針對2003年的學生與1991年的學生之反應進行比較分析。

表3-18的資料顯示，1991年的國小四年級學生比2003年的學生看電視的時間有稍微縮短的現象，有4%的學生由原來每天看2至4小時的電視時間縮短為一個小時之內。

表3-18 2003年與1991年的學生每天看電視的時間之平均答對率比較

每天看電視時間	0～1小時	2～4小時	至少5小時
2003年答對率（標準誤）	80.5（0.5）	79.0（0.6）	68.6（1.8）
2003年學生人數百分比（%）	46.6	44.5	8.3
1991年答對率（標準誤）	68（1.0）	70（0.8）	57（1.6）
1991年學生人數百分比（%）	43	48	8

表3-19的資料顯示，不管是當今或十年前的教師幾乎都會規定學生每天回家做數學作業，但當今的教師給學生的作業量是稍微降低的趨勢。研究結果發現：當教師每天給學生約一小時之內能完成的數學作業，其數學成就表現最好，在1991年IAEP的問卷中，約有的31%小四學生每天至少花兩個小時在家庭作業上，但在2003年的學生則減少為12%左右。

表 3-19 2003 年與 1991 年的學生每天做學校指定功課時間之平均答對率比較

每天做學校所指定的作業	無作業	1 小時之內	至少 2 小時
2003 年答對率（標準誤）	69.3 (3.1)	79.9 (0.4)	79.3 (1.3)
2003 年學生人數百分比 (%)	1.8	71.1	12.0
1991 年答對率（標準誤）	45 (5.7)	70 (0.7)	67 (1.1)
1991 年學生人數百分比 (%)	2	67	31

表 3-20 的資料顯示，國小四年級學生每週主動做數學作業的時間不超過一小時，在 2003 年有 58 %而在 1991 年有 50 %。本研究發現每週做數學作業的時間長短是否有利於數學的學習，在本研究所獲得的結果沒有達到一致性。

表 3-20 2003 年與 1991 年的學生每週做數學功課的時間之平均答對率比較

每週做數學作業時間	0 ～ 1 小時	2 ～ 3 小時	至少 4 小時
2003 年答對率（標準誤）	80.0 (0.4)	77.4 (0.7)	76.8 (2.1)
2003 年學生人數百分比 (%)	57.7	33.0	7.0
1991 年答對率（標準誤）	68 (0.7)	67 (1.1)	70 (1.8)
1991 年學生人數百分比 (%)	50	35	15

結論與建議

一、結論

本研究的研究工具是採用我國參加 1991 年 IAEP 的數學成就測驗的試題，目的是想以 1991 年的國小四年級學生的數學成就表現為參照點，探究 2003 年的國小四年級學生的數學成就表現有何不同？以瞭解十年來的數學教育改革在學生數學學習的成效。研究結果發現：整體而言，2003 年國小四年級學生的數學成就平均通過率為 78.8 %，1991 年的國小四年級學生的平均通過率為 68 %。相對於 1991 年的雙峰分佈現象，2003 年測驗在低成就人數已經明顯的減少，可以顯示出整個成績分佈圖有向右位移的趨勢。

（一）學生在各數學主題內容及認知過程成就表現

1、若以 1991 年 IAEP 的成就測驗作為參照點，2003 年的學生在數學內容上的表現有明顯的進步。2003 年的學生在各主題之平均通過率，比十年前的學生在各主題之平均通過

率分別高出10 %以上。但是，有五個題目是2003年的小四學生表現比1991年的小四學生表現稍微比較差，這五個題目都是有關數的題目。

在2003年的評量中，至少有50 %的學生都能成功地解出實測、幾何、統計、及代數的題目。但是，國小四年級的學生解在給定長方形的長邊與寬邊求算周長的問題時，卻有29.3 %將周長誤算為面積；也有20.7 %的小四學生求算一條線從3公分到9公分的長度，錯誤地報讀為7公分。學童對此兩題的表現，與另一個在2002年試測的大型數學成就評量TIMSS的研究發現，有一致性的錯誤類型（林碧珍、蔡文煥，2003）。在幾何的題目中，以辨識周界的點到中心點等距的基本圖形為最困難，24.2 %的四年級學生誤認為菱形、正三角形都是，將「周界上的任何一點到中心點的距離等長」誤以為「圖形的邊長相等」。在統計的題目中，以抽球的機率問題為最困難，有20.7 %的小四學生誤以為選桶子內裝的球數越多機率越大。

整體而言，學生常見的解題錯誤類型或困難有：不瞭解題意、解代數方程式的困難、不瞭解自然數的基本特性、沒有釐清周長的概念。

2、在認知過程方面的表現，解題的認知過程都是1991及2003年的國小四年級的學生最為困難的試題。2003年的學生在概念性理解的試題表現最好，但是1991年的學生在程序性理解的試題表現最好。由此可見，最近十年來的數學教育改革，身處於這樣改革環境下的國小四年級學生，在概念性理解試題的表現優於程序性理解的試題，亦即學生在概念理解的能力明顯的提升。

3、2003年的國小四年級學生比1991年的學生在概念性理解和解題的表現，進步的幅度比在程序性知識試題的表現大了許多。其可能的因素諸如：課程改革、教學方法的改變、師資培育的管道、台灣社會文化結構的改變等，每一個因素都值得更進一步地分析探討。

4、國中二年級學生與國小四年級學生在相同題目的表現，國中學生的平均通過率都比國小學生高，1991年差距為27 %，到了2003年的差距則縮短為21 %，其縮短的原因是國中學生的學習材料延後？抑是國小學生的學習材料提前？或是拉近了國二與小四的學生之學習材料？或者其他的因素造成？其可能因素值得探討。

（二）學習環境因素與數學成就表現之相關

1、當今的家庭結構是以2至3個小孩居多，約佔75 %，國語是家庭中最常用來交談的語言，約佔73 %、其次是台語，約佔23 %。雖然在忙碌的社會，仍然有約有92 %的家庭讓孩子覺得家長對他們數學學習有高期望，77 %的家庭會關心孩子在學校的數學學習狀況或在家協助孩子做功課，約有41 %的家庭會透過補習來協助孩子數學的學習。

在學校學習環境而言，對國小四年級學生而言，幾乎所有教師都會規定回家功課，有71.2 %的教師規定學生每天回家需完成1小時之內的功課為最普遍。目前的學校，約25 %

到 30 %左右的教師經常提供給學生進行小組討論、使用教具、及讓學生在課堂中獨自解題，但仍然有 5.2 %的教室從不使用教具，有 28.0 %的教師在課堂中讓學生自己進行數學解題。

當今的社會結構不斷的在改變，對學生課後進行活動的影響，雖然網路資訊很發達的今日，大約有 36.7 %每天看一小時的電視，仍然有 53.5 %的小四學生沒有上網的習慣，每天上網一個小時左右的時間約為 25.4 %。目前國小四年級有 24.5 %的學生每天有閱讀習慣，但仍然有 15.6 %的學生沒有養成閱讀課外書的習慣。有 80.1% 的學生不管自己有沒有學好數學，不會把原因歸咎於自己的性別。研究結果發現：數學自信心越高其數學成就表現越好，國小四年級學生只有約四成左右對數學學習有自信心，超過一半以上的學生仍缺乏對數學的自信心，這樣的結果與 TIMSS 2003 年的研究一致（林碧珍、蔡文煥，2005）。同時，它也存在於國中二年級學生，甚至普遍存在於東亞國家，其原因值得我們深究。

2、在家庭因素方面，家中的藏書量與父母的高期望，都有助於學生的數學學習成就表現。但是，有家人協助孩子做數學功課與有參與補習的孩子，在數學成就表現，反而比沒有補習或沒有家長協助做數學作業的孩子低落。其可能的原因是這群四年級學生，由於家長不瞭解課程改變的精神，補習班重視學生解題的結果而非解題過程的教學，補習班或家長所提供給孩子的協助，可能並不符合課程改革的趨勢與動向，因此，家長協助孩子完成數學功課非但沒有效益反而是造成一種孩子數學成效的阻力。另外的可能原因，是不需家長協助或不需補習的學童，學習較為主動，在學校學習時理解情況較好。此一事實反映出，當今的課程改革之下，國小四年級的學生可以不必依賴課後補習，也可以獲得好的數學成就表現。

3、在學校的因素中，教室中進行小組討論或提供機會讓學生獨自解題與學生的數學成就表現有顯著性地相關，越經常進行小組討論的學生其數學成就表現顯著地提高。有關教具的使用，在教室使用教具的頻率越高，不一定有助於數學學習的成效，在課堂中使用教具學習的頻率越高的學生，在數學成就的表現反而低於偶爾使用教具來學習的學生的表現。可能的原因，是經常使用教具教學的教師沒有為孩子做具體表徵與抽象符號之間的轉換，而導致花了很多時間在操作教具，但卻無助於數學的學習效果，這樣的結果與 1991 年 IAEP 的調查的結果相符合（Lapointe et al., 1992）。

對國小四年級學生而言，教師每天規定約一小時之內可以完成的數學回家功課，最有助於學生的數學成就表現，過長不但無益於教學效果，反而低於偶爾使用教具的教學效果。

4、關於學生的數學學習態度因素，本研究發現：每天上網或看電視的時間長短與數學學習成就表現沒有顯著的相關，但是，閱讀課外書的數量和對自己學數學的自信心兩個因素，與數學成就表現有明顯的相關。閱讀越多的課外書籍，越有助於數學學習成就的表現；對自己有信心學好數學的學生，其數學學習成就表現越好。

二、建議

（一）本研究發現，不瞭解題意、解代數方程式的困難、不瞭解自然數的基本特性、沒有釐清周長與面積的概念，普遍發生在國小四年級的錯誤類型中，這種情況與其他大型的國際性測驗有類似的情形。因此建議，未來的國小四年級數學課程宜考慮是否增加學生去瞭解題意，含有□的代數方程式求解，認識自然數的基本特性、及區分周長與面積的學習活動。

（二）家中書本藏書量、每週閱讀課外書數量、父母的期待與關心、對自己學習的自信心、經常參加小組討論、及有獨自解題的機會是與學生數學成就表現的重要相關因素。經由本研究的發現，建議這些因素是家長或學校教師可能用來提升學生數學成就測驗的考慮因素。

（三）家長協助指導功課、學生參加課後補習、經常在課堂中使用教具對學生的數學成就表現，不一定具有正面的效果。因此，本研究建議家長要協助指導功課之前，家長本身要先瞭解新課程改革的精神或不要過渡介入指導孩子的功課，若是學習成就高的學童，不需要急著將國小四年級的學生送進補習班。

（四）經過1991年及2003年全國性的抽樣施測，發現國小四年級的學生在需要推理性的解題成就表現都不高，建議我國的數學課程或教學時要多設計相關的活動，以培養學生的推理能力。

（五）本研究發現國中二年級學生和國小四年級學生在相同題目的成就表現，雖然兩者答對率在2003年都比1991年高，但是兩者之間的差距，在2003年比1991年小，其差距縮小對數學教育改革是喜抑是憂？差距縮小的原因亦值得更進一步的探討。

誌 謝

感謝國科會對研究計畫「九十一學年度國二、小四暨九十二學年度國二數學成就測驗計畫（NSC 92-2521-S-003-004-）在研究經費的資助。要感謝計畫主持人洪萬生教授及研究團隊的每位成員共同協助蒐集資料，並同意作者使用並分析本研究有關小學四年級的資料。

參考文獻

- 洪萬生、林佳蓉、林碧珍、張少同、陳創義、曹博盛、蔡文煥、鄭芳枝、譚克平（2004）：九十一學年度國二、小四暨九十二學年度國二數學成就測驗之研究，九十三學年度國科會研究計畫成果報告。計畫編號：NSC 92-2521-S- 003-004-。
- 林碧珍、蔡文煥（2003a）：我國國小四年級學生在國際教育成就 2003 試測的數學成就表現。論文收錄於九十二學年度師範學院教育學術論文發表會論文集（編號 92115）。論文發表於 10 月 24～25 日。國立台南師範學院編印。
- 林碧珍、蔡文煥（2003b）：四年級學生在國際教育成就調查試測的數學成就表現。科學教育月刊，第258 期，2-20。
- 林碧珍、蔡文煥（2005）：國小四年級學生數學成就及其相關因素。張秋男主編，*TIMSS 2003 國家報告：台灣*（pp. 125-162）。台北：台灣師範大學科學教育中心。
- 張秋男（2005）：緒論。張秋男主編，*TIMSS 2003 國家報告：台灣*（pp. 1-5）。台北：台灣師範大學科學教育中心。
- Lapointe, A. E., Mead, N. A., Askew, J. M. (1992). Learning Mathematics. *The International Assessments of Education Progress*. Educational Testing Service.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Smith, T. A., Garden, R. A., Gregory, K. D., Gonzalez, E. J., Chrostowski, S. J., & O'Connor, K. M. (2003). *TIMSS assessment frameworks and specifications 2003* (2nd Ed.). Chestnut Hill, MA: TIMSS International Study Center, Boston College.

Fourth-Graders' Achievement in Mathematics Performing in the 1991 IAEP Assessment Instrument

Pi-Jen Lin 、 Wen-Huan Tsai

ABSTRACT

The study was intended to understand fourth-graders' achievement in mathematics by utilizing 1991 IAEP international assessment instrument. Fifty schools consisting of 1646 sampled students were sampled randomly from a stratified fourth-grade population. The instrument consisted of 62 items of mathematics and 17 items of questionnaire relevant to learning context. The percentage of correct answer with 78.8% was higher than that of performing in 1991 with 68.0%. Students selected from 2003 had better performance in the items involving in conceptual understanding, while students selected from 1991 had better performance in the items involving in procedural knowledge. The increasing percentages of both conceptual understanding and problem solving were much higher than that of procedural knowledge. The factors of parental expectation and concerns, self-confidence in learning mathematics, the opportunities of group work and working on their own were positively correlated with students' achievement in mathematics. Nevertheless, participation of cram school and parent's excessive intervention of homework were not the factors contributing to students' achievement in mathematics.

Key word: 1991; fourth-grade students; students' mathematical achievement

Received: December01, 2005, Accepted: May 3,2006

Pi-Jen Lin, National HsinChu University of Education, Professor,

Email: linpj@mail.nhcue.edu.tw

Wen-Huan Tsai, National HsinChu University of Education, Associate Professor,

Email: tsai@mail.nhcue.edu.tw

